異容量V結線の計算

3相負荷と単相負荷に、容量の異なる
2台の変圧器をV結線して供給する。
3相負荷と単相負荷の使用時間のずれ
（不等時性）、負荷の位相角差などに
より設備利用効率が向上する。

１．進み接続

２．遅れ接続

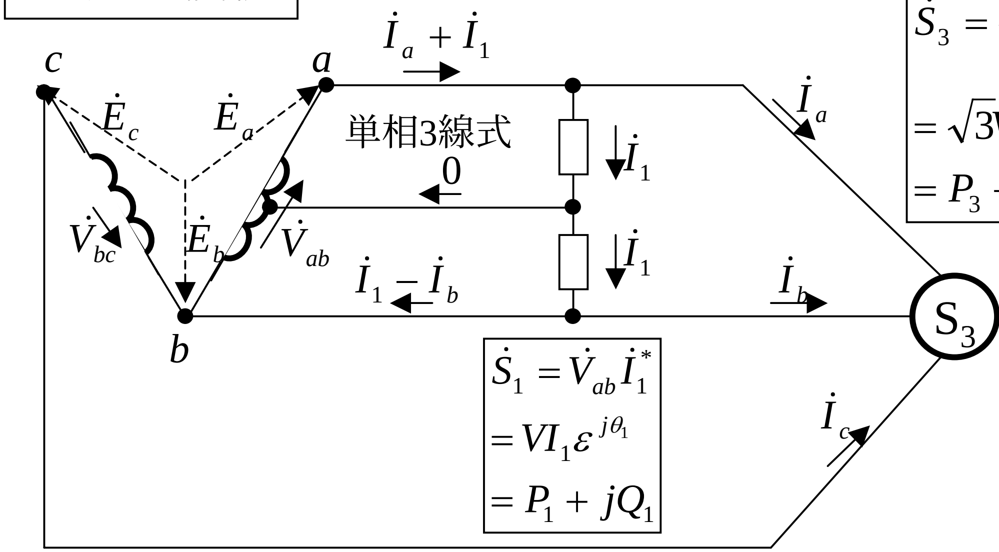
$\left[\text{3相負荷力率} < \text{単相負荷力率}(\theta_3 > \theta_1)\text{のとき、進み接続の方が小容量で済む。}\right]$

３．最大負荷

４．電圧不平衡

$\left[\theta_3 \approx 30°, \theta_1 \approx 0, I_1 \approx I_3 \text{ のとき、進み接続の方が電圧不平衡が少ない。}\right]$

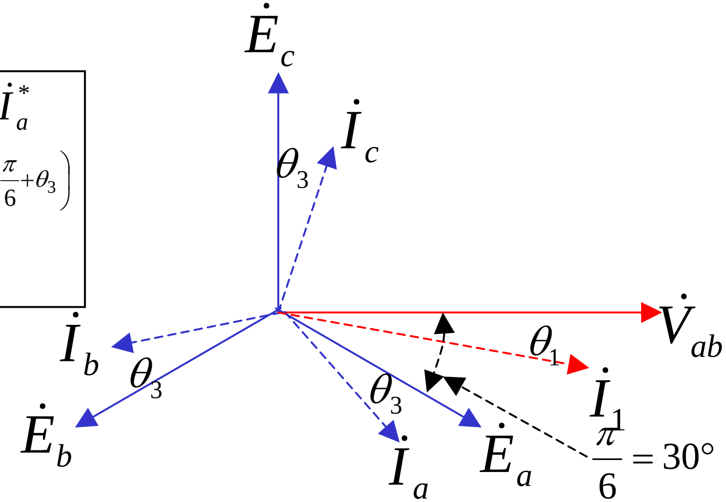
1.進み接続



$$\dot{S}_1 = \dot{V}_{ab}\dot{I}_1^* = VI_1\varepsilon^{j\theta_1} = P_1 + jQ_1$$

回路図

$$\dot{S}_3 = \sqrt{3}\dot{V}_{ab}\dot{I}_a^* = \sqrt{3}VI_3\varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right)} = P_3 + jQ_3$$



$\dot{V}_{ab}$を基準にしたベクトル図
$\dot{V}_{ab}$を0°の位置に描き、次に相電圧
$\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$を描く。ついで電流を描く。

単相3相共用変圧器の容量を、3相負荷と単相負荷が重畳し線電流と一致する$\dot{I}_{ab}$から求める。
ベクトル図は、単相負荷に加わる電圧$\dot{V}_{ab}$を基準に描くと便利である。
$\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$は3相平衡とし、単相3線式供給の負荷は均衡し、変圧器のインピーダンスは無視する。

$$\dot{I}_{ab} = \dot{I}_a + \dot{I}_1 = I_3\varepsilon^{j(-\frac{\pi}{6}-\theta_3)} + I_1\varepsilon^{j(-\theta_1)}$$

$$= I_3\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right) - jI_3\sin\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right) + I_1\cos\theta_1 - jI_1\sin\theta_1$$

$$= \left\{I_3\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right) + I_1\cos\theta_1\right\} - j\left\{I_3\sin\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right) + I_1\sin\theta_1\right\}$$

$$I_{ab} = \sqrt{\left\{I_3 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta_3\right) + I_1 \cos\theta_1\right\}^2 + \left\{I_3 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \theta_3\right) + I_1 \sin\theta_1\right\}^2}$$

$$= \sqrt{I_1^2 + 2I_1 I_3 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta_3 - \theta_1\right) + I_3^2}$$

共用変圧器の容量S_Kは、電圧$\left|\dot{V}_{ab}\right| = V$を掛けて、

$$S_K = \sqrt{(VI_1)^2 + 2(VI_1)(VI_3)\cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta_3 - \theta_1\right) + (VI_3)^2}$$

$$= \sqrt{S_1^2 + \left(\frac{S_3}{\sqrt{3}}\right)^2 + 2\left(\frac{S_3}{\sqrt{3}}\right) S_1 \cos\theta_K} = \sqrt{S_1^2 + \frac{1}{3}S_3^2 + \frac{2}{\sqrt{3}} S_1 S_2 \cos\theta_K}$$

ただし、$\theta_K = \frac{\pi}{6} + \theta_3 - \theta_1$、$S_1, S_3$は単相､3相負荷皮相電力、$S_1 = VI_1,\ S_3 = \sqrt{3}VI_3$

これは、次ページに示すように、角度θ_Kで交わるベクトルS_1と$S_3/\sqrt{3}$とのベクトル和の大きさに等しい。

共用変圧器の容量はこの式の通り、単相負荷の皮相電力$S_1 = VI_1$、3相負荷の皮相電力$S_3 = \sqrt{3}VI_3$および各負荷の力率角θ_1, θ_3から求められる。

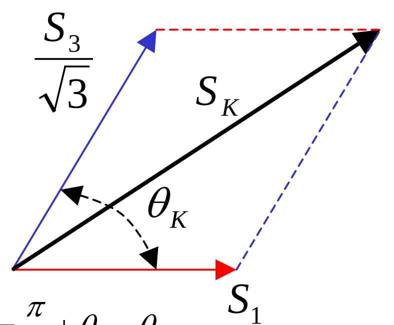
3相負荷専用変圧器の容量は,上式で$S_1 = 0$として、$S_3/\sqrt{3}$,すなわち3相負荷の皮相電力の$1/\sqrt{3}$である。

2台の変圧器の合計容量は、$S_K + \frac{S_3}{\sqrt{3}}$となる。

S_Kは単相負荷分S_1に3相負荷分$\dfrac{S_3}{\sqrt{3}}$を単純に加えた$S_1+\dfrac{S_3}{\sqrt{3}}$より大きくはならない。

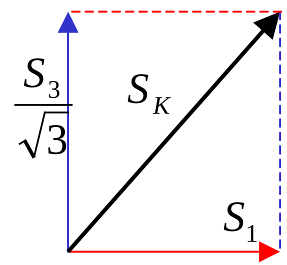
$\left|\cos\theta_K\right| \le 1$であるから、つぎのようにして、$S_K \le S_1+\dfrac{S_3}{\sqrt{3}}$が得られる。

$$S_K=\sqrt{S_1^2+\frac{1}{3}S_3^2+\frac{2}{\sqrt{3}}S_1S_2\cos\theta_K} \le \sqrt{S_1^2+\frac{1}{3}S_3^2+\frac{2}{\sqrt{3}}S_1S_2}=\sqrt{\left(S_1+\frac{S_3}{\sqrt{3}}\right)^2}=S_1+\frac{S_3}{\sqrt{3}}$$



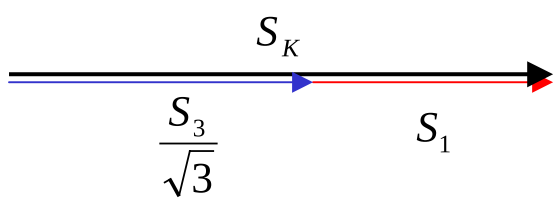
$$\theta_K=\frac{\pi}{6}+\theta_3-\theta_1$$

$$S_K=\sqrt{S_1^2+\frac{S_3^2}{3}+\frac{2}{\sqrt{3}}S_1S_2\cos\theta_K}$$



$$S_K=\sqrt{S_1^2+\frac{S_3^2}{3}}$$

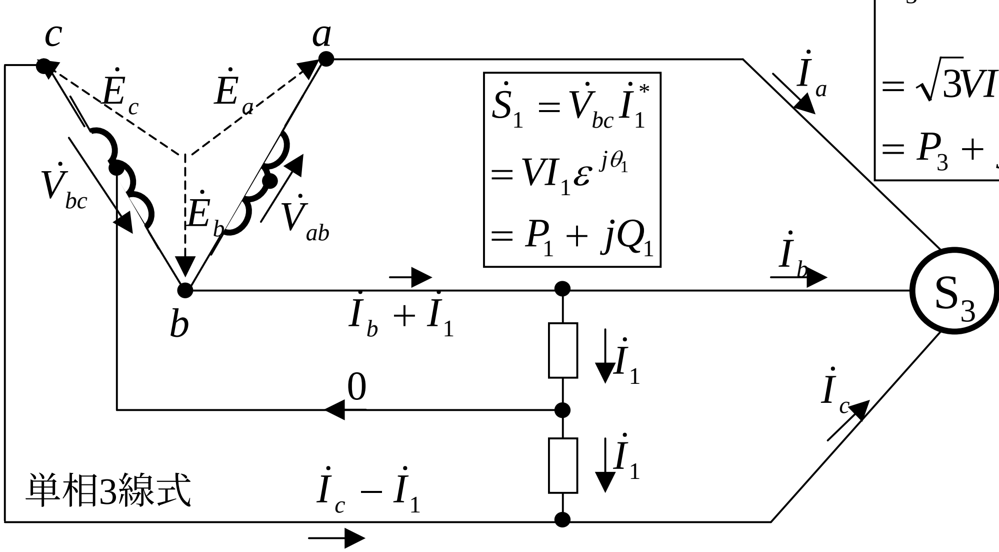
$\theta_K=\dfrac{\pi}{6}+\theta_3-\theta_1=\dfrac{\pi}{2}$のとき、例えば、$\theta_3=\dfrac{\pi}{3}=60°, \theta_1=0$



$$S_K=S_1+\frac{S_3}{\sqrt{3}}$$

$\theta_K=\dfrac{\pi}{6}+\theta_3-\theta_1=0$のとき、例えば、$\theta_3=0,\ \theta_1=\dfrac{\pi}{6}$

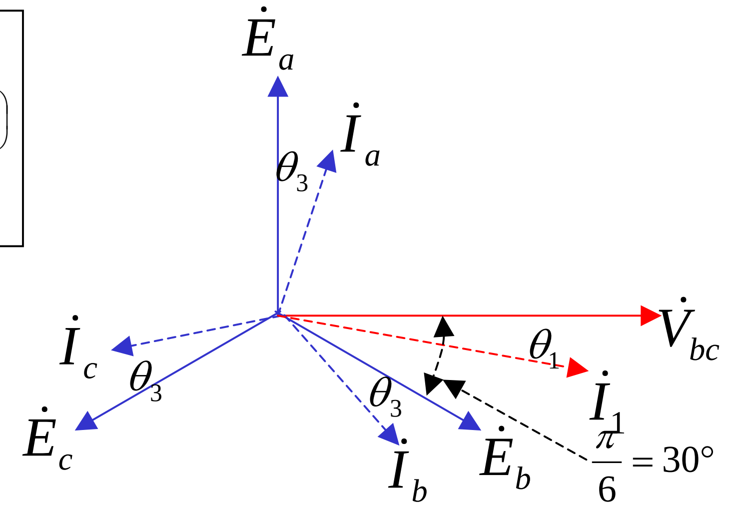
2.遅れ接続



$$\dot{S}_1 = \dot{V}_{bc}\dot{I}_1^* = VI_1\varepsilon^{j\theta_1} = P_1 + jQ_1$$

$$\dot{S}_3 = \sqrt{3}\dot{V}_{ab}\dot{I}_a^* = \sqrt{3}VI_3\varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right)} = P_3 + jQ_3$$

回路図



$$\frac{\pi}{6} = 30°$$

単相3相共用変圧器の容量を、3相負荷と単相負荷が重畳し線電流と一致する$\dot{I}_{bc}$から求める。

ベクトル図は、単相負荷に加わる電圧$\dot{V}_{bc}$を基準に考えると便利である。

$\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$は3相平衡とし、単相3線式供給の負荷は均衡し、変圧器のインピーダンスは無視する。

$$\dot{I}_{bc} = -\dot{I}_c + \dot{I}_1 = -I_3\varepsilon^{-j(\frac{5\pi}{6}+\theta_3)} + I_1\varepsilon^{j(-\theta_1)} = I_3\varepsilon^{j(\pi-\frac{5\pi}{6}-\theta_3)} + I_1\varepsilon^{j(-\theta_1)} = I_3\varepsilon^{j(\frac{\pi}{6}-\theta_3)} + I_1\varepsilon^{j(-\theta_1)}$$

$$= I_3\left\{\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta_3\right) + j\sin\left(\frac{\pi}{6}-\theta_3\right)\right\} + I_1\cos\theta_1 - jI_1\sin\theta_1$$

$$= \left\{I_3\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta_3\right) + I_1\cos\theta_1\right\} + j\left\{I_3\sin\left(\frac{\pi}{6}-\theta_3\right) - I_1\sin\theta_1\right\}$$

$$I_{ab}=\sqrt{\left\{I_3\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta_3\right)+I_1\cos\theta_1\right\}^2+\left\{I_3\sin\left(\frac{\pi}{6}-\theta_3\right)-I_1\sin\theta_1\right\}^2}$$

$$=\sqrt{I_1^2+2I_1I_3\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta_3+\theta_1\right)+I_3^2}$$

共用変圧器の容量S_Kは、電圧$\left|\dot{V}_{ab}\right|=V$を掛けて、

$$S_K=\sqrt{(VI_1)^2+2(VI_1)(VI_3)\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta_3+\theta_1\right)+(VI_3)^2}$$

$$=\sqrt{S_1^2+\left(\frac{S_3}{\sqrt{3}}\right)^2+2\left(\frac{S_3}{\sqrt{3}}\right)S_1\cos\theta_K^{'}}=\sqrt{S_1^2+\frac{1}{3}S_3^2+\frac{2}{\sqrt{3}}S_1S_2\cos\theta_K^{'}}$$

ただし、$\theta_K^{'}=\dfrac{\pi}{6}-\theta_3+\theta_1$

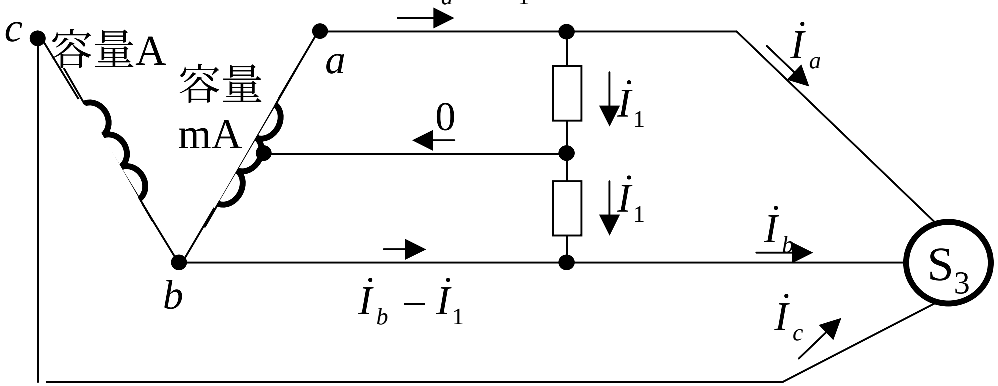
これは、角度$\theta_K^{'}$で交わるベクトルS_1と$S_3/\sqrt{3}$のベクトル和の大きさに等しい。

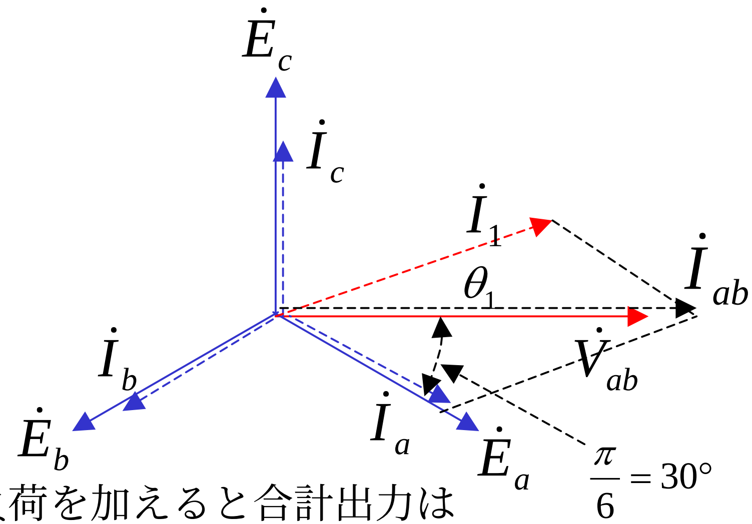
共用変圧器の容量はこの式の通り、単相負荷の皮相電力$S_1=VI_1$、3相負荷の皮相電力$S_3=\sqrt{3}VI_3$および各負荷の力率角θ_1,θ_3から求められる。

進み接続の場合に比較して$\theta_K=\dfrac{\pi}{6}+\theta_3-\theta_1$から、$\theta_K^{'}=\dfrac{\pi}{6}-\theta_3+\theta_1$に変化している（$\theta_1,\theta_3$の符号が逆）。一般に$\theta_3>\theta_1$と見なせれば、$\theta_K>\theta_K^{'}$である。

$p.4$の図から分かるように、$\theta_K(\theta_K^{'})$が大きい方が共用変圧器容量が小さくなるのでこの場合は進み接続の方が小さい容量ですむ。

3．最大負荷





左図で、まず3相で最大負荷を取り、つぎに単相で最大負荷を加えると合計出力はどうなるかを考える。

3相負荷は専用変圧器を最大に利用すれば、$P_{3\max} = \sqrt{3}VI_3 = \sqrt{3}A[W]$

共用変圧器の最大負荷は、右図のように合成電流が電圧$\dot{V}_{ab}$と同相になるとき、すなわち

$I_1 \sin\theta_1 = I_a \sin\frac{\pi}{6}$が成り立つときに生じる。$I_{ab} = I_a \cos\frac{\pi}{6} + I_1 \cos\theta_1 = I_3 \cos\frac{\pi}{6} + I_1 \cos\theta_1$

専用相と共用相の容量比は$1:m$なので、$|I_{ab}| = mI_3, \therefore I_1 \cos\theta_1 = \left(m - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)I_3$

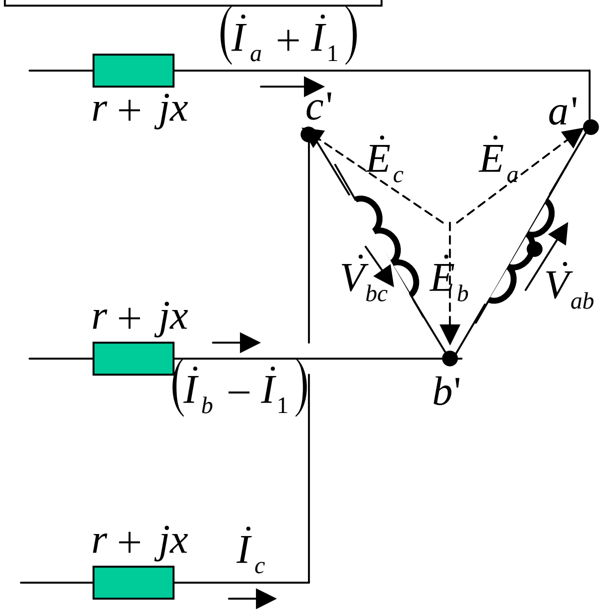
単相負荷の最大値は、$P_{1\max} = VI_1 \cos\theta_1 = VI_3\left(m - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = A\left(m - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)[W]$

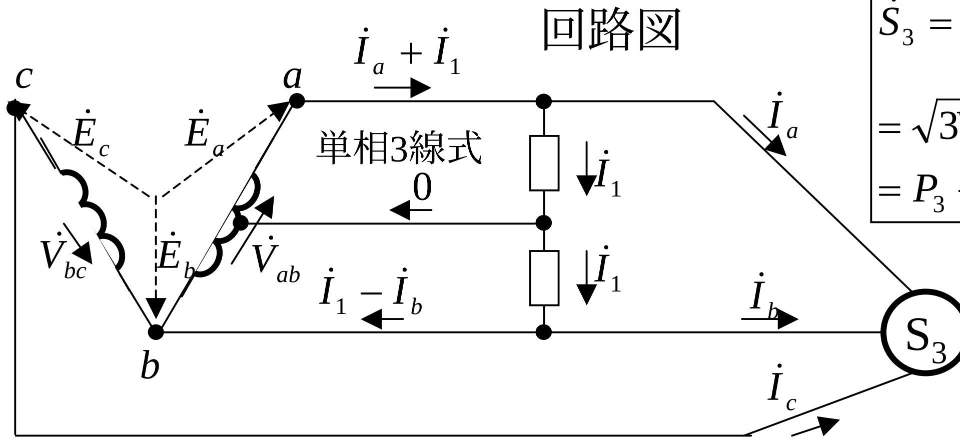
合計負荷は、$P_{3\max}$を加えて$\sqrt{3}A + A\left(m - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = A\left(m + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\ [W]$

$m = 2$なら、$2.866A$, 利用効率$= 2.866/3 = 95.6\%, m = 3 \to 3.866/4 = 96.6\%$

4．電圧不平衡

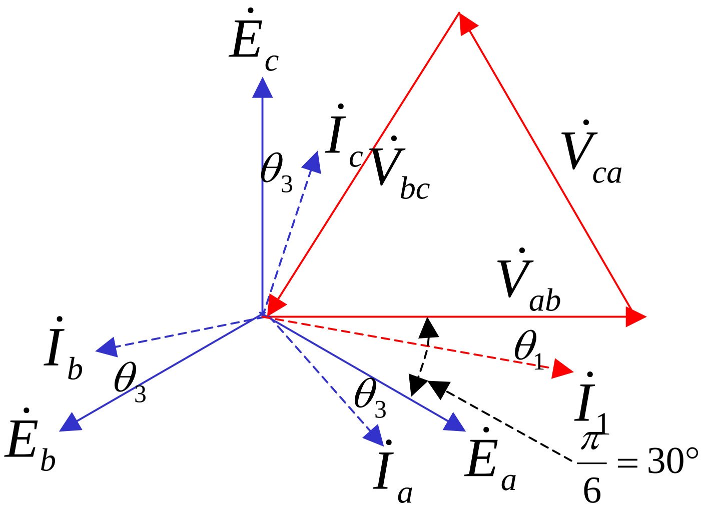
進み接続





$$\dot{S}_3 = \sqrt{3}\dot{V}_{ab}\dot{I}_a^* = \sqrt{3}VI_3\varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right)} = P_3 + jQ_3$$

$$\dot{S}_1 = \dot{V}_{ab}\dot{I}_1^* = VI_1\varepsilon^{j\theta_1} = P_1 + jQ_1$$



ab相の電圧降下Δv_{ab}を求める。電圧、電流を単位法pu値で表す。

線路のインピーダンスを$\dot{z}_l = r + jx[pu]$,

共用変圧器のインピーダンスを$\dot{z}_k = jx_k[pu]$

専用変圧器のインピーダンスを$\dot{z}_t = jx_t[pu]$とする。

電流$\dot{I}_a + \dot{I}_1$ のV_{bc}と平行する成分と直交遅れ成分に分ける。

$$\dot{I}_a^* = I_3\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right) + jI_3\sin\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right)$$

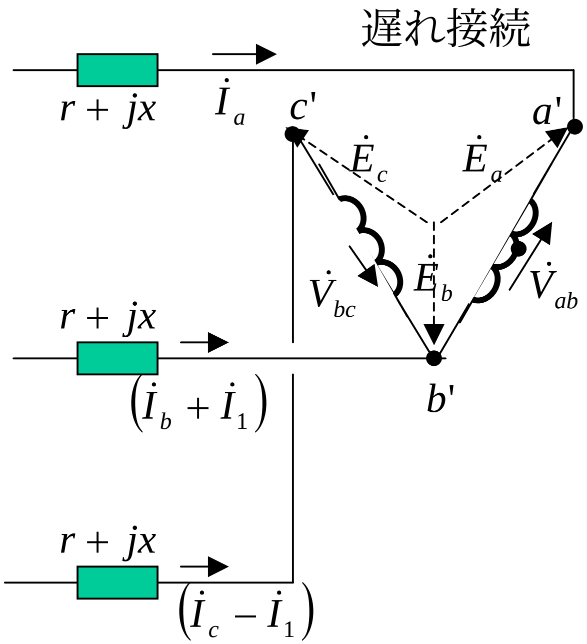
$$\dot{I}_1^* = I_1\cos\theta_1 + jI_1\sin\theta_1$$

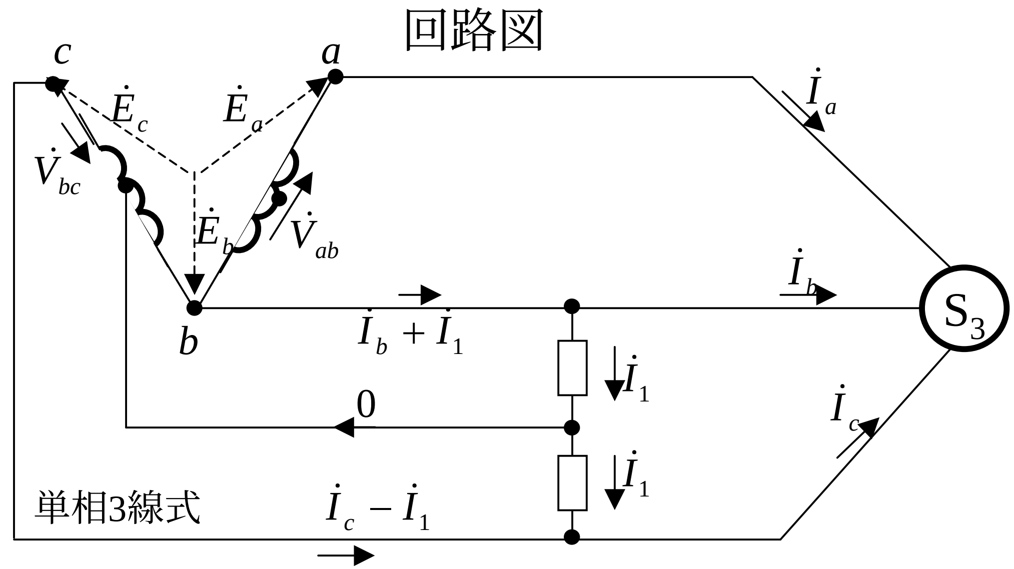
$$\Delta v_{ab} \approx \left\{I_3\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right) + I_1\cos\theta_1\right\}r + \left\{I_3\sin\left(\frac{\pi}{6}+\theta_3\right) + I_1\sin\theta_1\right\}(x+x_k)$$

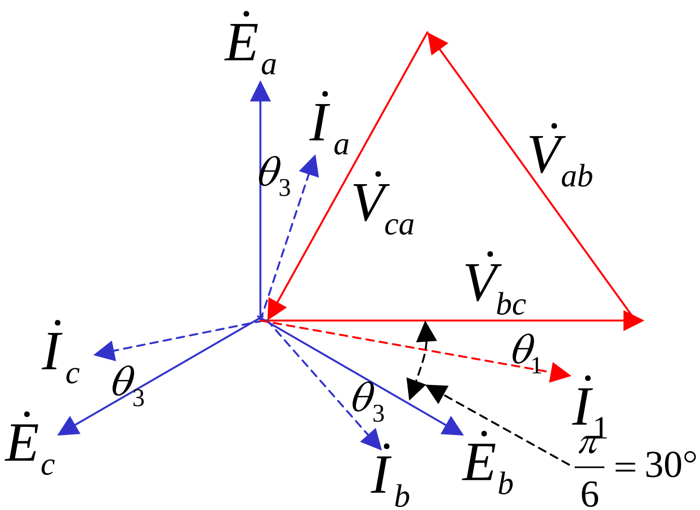
bc相ではΔv_{bc}は、まず$\dot{I}_{bc} = -\dot{I}_c$の$\dot{V}_{bc}$成分は、

$$\dot{I}_{bc}^* = -\dot{I}_c^*\dot{V}_{bc}/V_{bc} = -I_3\varepsilon^{-j\left(\frac{\pi}{2}-\theta_3\right)}\varepsilon^{-j\frac{2\pi}{3}} = I_3\varepsilon^{j\left(\pi-\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{3}+\theta_3\right)} = I_3\varepsilon^{j\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$\therefore \Delta v_{bc} \approx \left\{I_3\cos\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)\right\}r + \left\{I_3\sin\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)\right\}(x+x_t)$$







bc相の電圧降下Δv_{bc}を求める。

電流$\dot{I}_{bc} = -\dot{I}_c + \dot{I}_1$ のV_{bc}と平行する成分と直交遅れ成分に分ける。

$$\dot{I}_{bc}^* = -\dot{I}_c^* + \dot{I}_1^* = -I_3 \varepsilon^{-j\left(-\frac{5\pi}{6} - \theta_3\right)} + I_1 \varepsilon^{j\theta_1} = I_3 \varepsilon^{j\left(-\pi + \frac{5\pi}{6} + \theta_3\right)} + I_1 \varepsilon^{j\theta_1} = I_3 \varepsilon^{j\left(\theta_3 - \frac{\pi}{6}\right)} + I_1 \varepsilon^{j\theta_1}$$

$$\therefore \Delta v_{bc} \approx \left\{ I_3 \cos\left(\theta_3 - \frac{\pi}{6}\right) + I_1 \cos\theta_1 \right\} r + \left\{ I_3 \sin\left(\theta_3 - \frac{\pi}{6}\right) + I_1 \sin\theta_1 \right\} (x + x_k)$$

Δv_{ab} は、$\dot{I}_a^* \dot{V}_{ab} / V_{ab} = I_3 \varepsilon^{-j\left(\frac{\pi}{2} - \theta_3\right)} \varepsilon^{j\frac{2\pi}{3}} = I_3 \varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{6} + \theta_3\right)}$から、

$$\Delta v_{ab} \approx \left\{ I_3 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta_3\right) \right\} r + \left\{ I_3 \sin\left(\frac{\pi}{6} + \theta_3\right) \right\} (x + x_t)$$

まとめ

進み接続

$$\Delta v_{ab} \approx \left\{I_3\cos\left(\theta_3+\frac{\pi}{6}\right)+I_1\cos\theta_1\right\}r+\left\{I_3\sin\left(\theta_3+\frac{\pi}{6}\right)+I_1\sin\theta_1\right\}(x+x_k)$$

$$=I_3\left\{\cos\left(\theta_3+\frac{\pi}{6}\right)r+\sin\left(\theta_3+\frac{\pi}{6}\right)(x+x_k)\right\}+I_1\{(\cos\theta_1)r+(\sin\theta_1)(x+x_k)\}$$

$$\Delta v_{bc} \approx I_3\left\{\cos\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)r+\sin\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)(x+x_t)\right\}$$

$\theta_3 \approx \dfrac{\pi}{6},\ \theta_1 \approx 0$のとき、$I_3 = I_1 = I$, 線路には他にも負荷がありバランスしていると見なせば、

線路の影響はなく計算上は$r = x = 0$としてよい。このとき、$\Delta v_{ab} \approx \dfrac{\sqrt{3}}{2}Ix_k,\ \Delta v_{bc} \approx 0$

遅れ接続

$$\Delta v_{bc} \approx \left\{I_3\cos\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)+I_1\cos\theta_1\right\}r+\left\{I_3\sin\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)+I_1\sin\theta_1\right\}(x+x_k)$$

$$=I_3\left\{\cos\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)r+\sin\left(\theta_3-\frac{\pi}{6}\right)(x+x_k)\right\}+I_1\{(\cos\theta_1)r+(\sin\theta_1)(x+x_k)\}$$

$$\Delta v_{ab} \approx I_3\left\{\cos\left(\theta_3+\frac{\pi}{6}\right)r+\sin\left(\theta_3+\frac{\pi}{6}\right)(x+x_t)\right\}$$

$\theta_3 \approx \dfrac{\pi}{6},\ \theta_1 \approx 0,\ I_3 = I_1 = I$, 線路には他にも負荷がありバランスしていると見なせば、$r = x = 0$、

$\Delta v_{bc} \approx 0,\ \Delta v_{ab} \approx \dfrac{\sqrt{3}}{2}Ix_t$,一般に専用変圧器は共用変圧器より小容量であるから同一基準のpu値あるいは%値で表すと、$x_k < x_t$であり(例えば$x_k = x_t/2$)、遅れ接続の方が不平衡の度合いは高い。