

# デジタル変調の三つの基本形

$$E(t) = A \cos(2\pi f t + \theta)$$

ASK, 振幅変調 :  $A$  を信号波(パルスなど)で変調, *Amplitude - Shift Keying*

FSK, 周波数変調 :  $f$  を信号波(パルスなど)で変調, *Frequency - Shift Keying*

PSK, 位相変調 :  $\theta$  を信号波(パルスなど)で変調, *Phase - Shift Keying*

信号波, signal  
Base band

0 1 1 0 1

搬送波  
Carrier

$$\cos \omega_c t, (\text{or } \sin \omega_c t), \varepsilon^{j\omega_c t} \text{ (複素数表示、以下同じ)}$$

ASK

$$a \cos \omega_c t, (\text{or } a \sin \omega_c t), a \varepsilon^{j\omega_c t}, a = 0, \text{ or } 1$$

FSK

$$\cos(\omega_c \pm \omega_a) t, (\text{or } \sin(\omega_c \pm \omega_a) t), \varepsilon^{j(\omega_c \pm \omega_a) t}$$

PSK

$$\cos(\omega_c + a\pi) t, (\text{or } \sin(\omega_c + a\pi) t), \varepsilon^{j(\omega_c + a\pi) t}, a = 0, \text{ or } 1$$

**変調** *keying, (modulation)*

信号波は低周波のため無線伝送など高周波利用ができないので、高周波のアナログ波である搬送波を信号により加工(変調)して(信号を高周波に乗せて)送る。

(搬送波の振幅を0,1と変える)

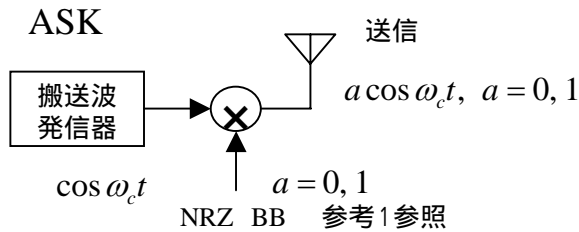
(周波数を変える)

(位相を(180°)変える)

# デジタル変復調の要点

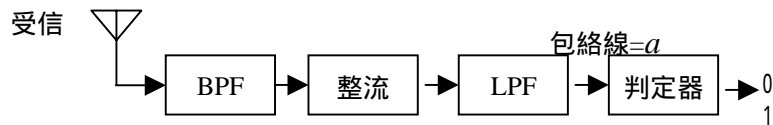
伝送対象を通常低周波パルスであるのでベースバンド(BB)といい、変調のことをキーイングと呼んでいる(モジュレーションも用いられる)

- ASK 振幅変調 Amplitude Shift Keying
- FSK 周波数変調 Frequency Shift Keying
- PSK 位相変調 Phase Shift Keying
- QAM直交振幅変調 Quadrature Amplitude Modulation

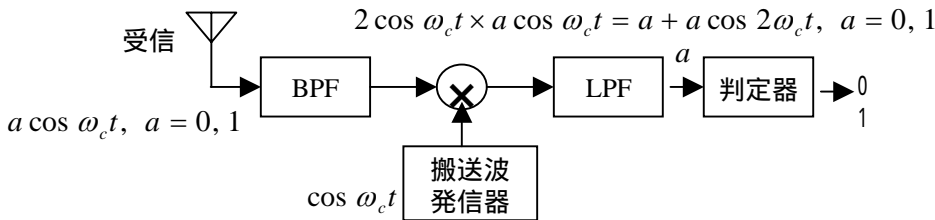


LPF:Low Pass filter  
BPF:Band Pass Filter

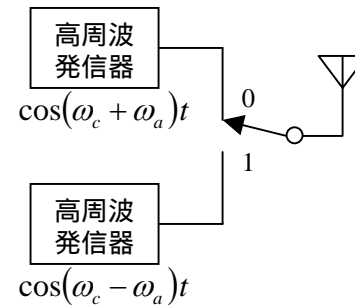
## 非同期検波 (包絡線検波)



## 同期検波

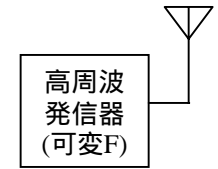


## FSK



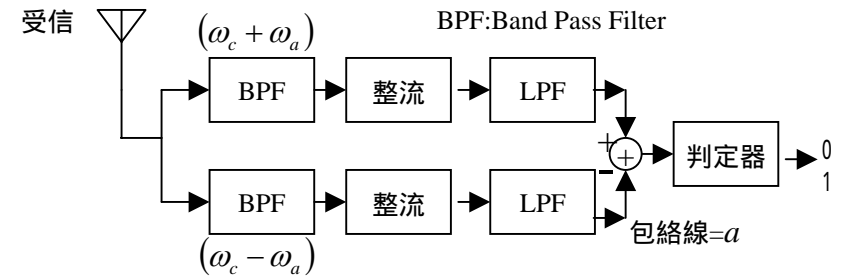
## 送信

$$\cos(\omega_c \pm \omega_a)t$$

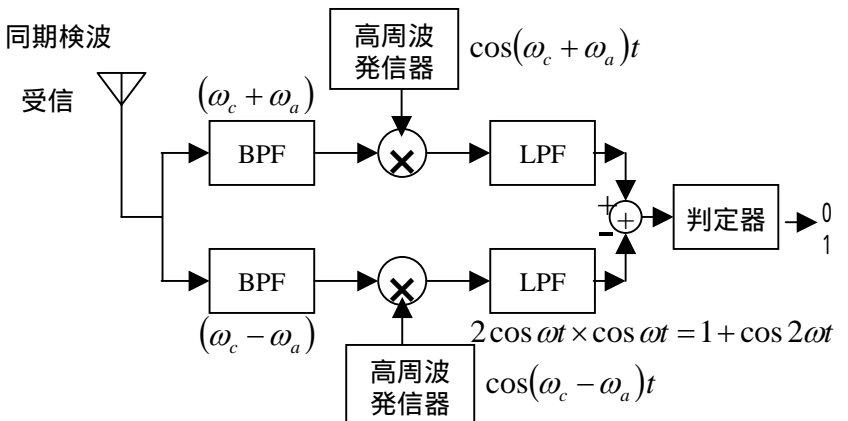


CPFSK:Continuous Phase FSK  
位相連続FSK, 0,1 切換え点で位相の変化が連続的

## 非同期検波 (包絡線検波)



## 同期検波



## -2, MSK = Minimum Shift Keying

(変調指数  $m=0.5$  のFSK)

変調指数  $m = |f_1 - f_2|T$

$T$ : デジタル符号 (0 または 1) の時間的長さ  
= シンボル長

2つのシンボル  $a, b$  が異なる周波数で変調されて、 $a \cos \omega_1 t, b \cos \omega_2 t$  となったものとする。

( $a, b = 1$  or  $0$ , または,  $1$  or  $-1$ )

これらに検波のため、 $\cos \omega_1 t, \cos \omega_2 t$  を乗じて、周波数が異なるとき、時間  $T$  における積分値が 0 になる最小の周波数差を求める。

$$v_1 = \cos(\omega_1 t + \phi_1)$$

$$v_2 = \cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

とする。

$$I = \int_0^T v_1 v_2 dt$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^T \cos\{(\omega_1 + \omega_2)t + (\phi_1 + \phi_2)\} dt$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^T \cos\{(\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_1 - \phi_2)\} dt$$

第1項はLPFで除外するものとする、第2項が0であればよい。

$t=0$  で位相連続であるとするれば、

$$\phi_1 = \phi_2, I = \frac{\sin(\omega_2 - \omega_1)T}{2(\omega_2 - \omega_1)} = 0$$

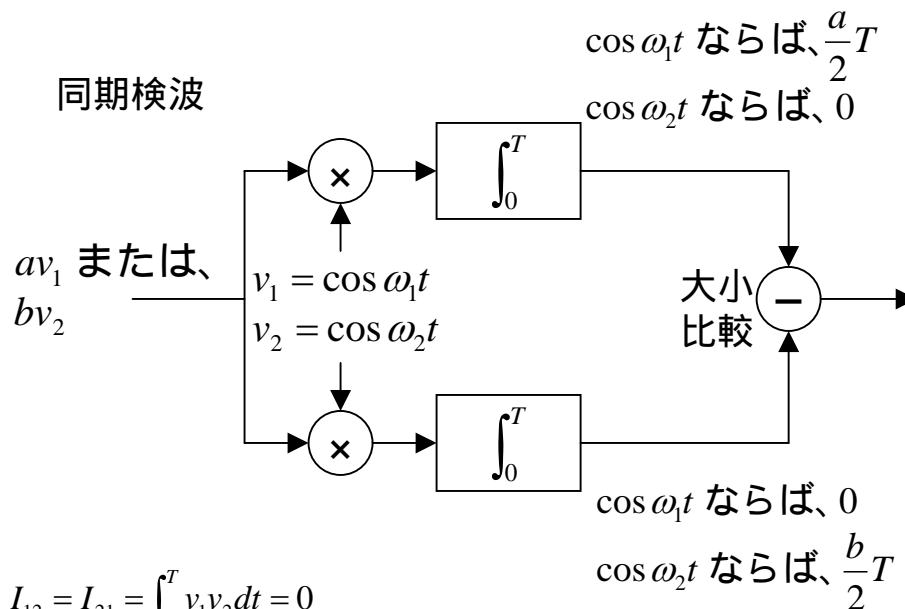
$$\therefore (\omega_2 - \omega_1)T = 2\pi(f_2 - f_1)T = n\pi$$

これを満たす最小の  $n$  は、 $n=1$ 、このとき、

$$|f_1 - f_2|T = 0.5 = m, |f_1 - f_2| = \frac{1}{2T}, \text{OFDM の半分}$$

$$|f_1 - f_2| = f_c \pm \Delta f \text{ とすれば、 } \Delta f = \frac{1}{4T} \left( \frac{\pi}{2} \text{ 相当} \right)$$

### 同期検波



$$I_{12} = I_{21} = \int_0^T v_1 v_2 dt = 0$$

$$I_{11} = \int_0^T v_1 v_1 dt = \frac{1}{2} \int_0^T \cos(2\omega_1 t + 2\phi_1) dt$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^T \cos(0) dt, \text{高周波の第1項を除外すれば}$$

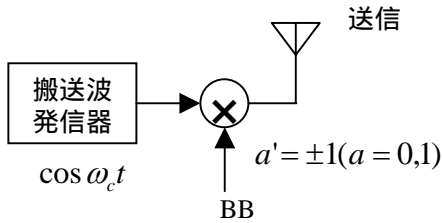
$$I_{11} = \frac{1}{2} T = I_{22}$$

$v(t) = A \cos\{2\pi(f_c + a_i \Delta f)t\}$  と書けば、次式で表せる。

$$a_i = \begin{cases} +1 & (\text{データ} = 0 \text{ のとき}) \\ -1 & (\text{データ} = 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

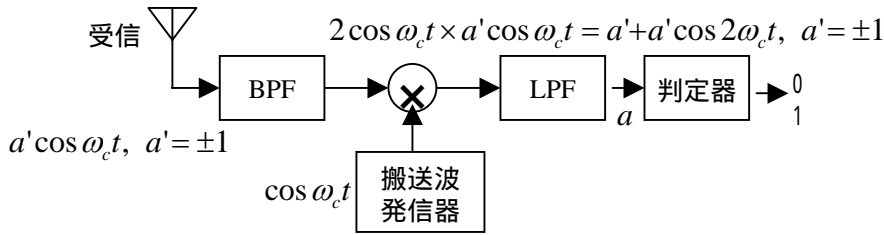
MSKはBPSKよりも狭い帯域幅で使用可能。GFSK(Gaussian filtered PSK) (正規分布曲線に近い形に整形)にするとさらに、 $\pm 25\text{kHz}$  まで狭められる。

# PSK



$\cos(\omega_c + a\pi)t, a = 0, 1$   
 $\cos(\omega_c + 0\pi)t = \cos \omega_c t$   
 $\cos(\omega_c + \pi)t = -\cos \omega_c t$   
 から、 $a' \cos \omega_c t, a' = \pm 1$   
 と同じ (振幅変調)

## 同期検波

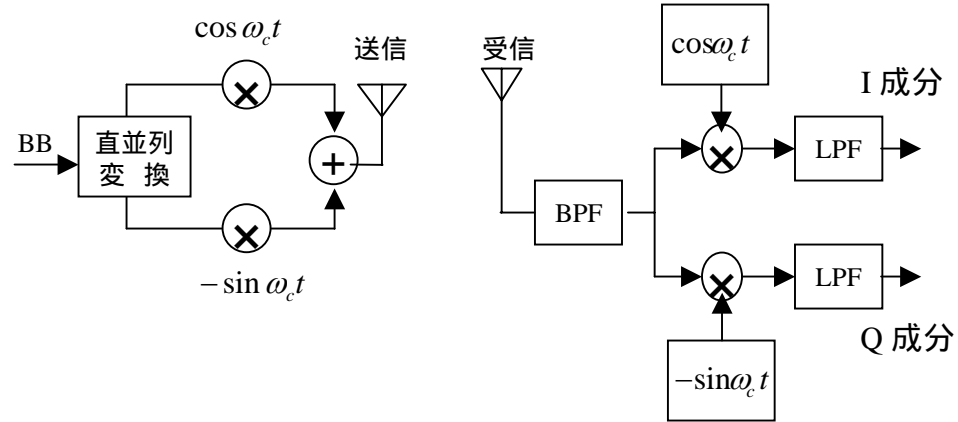


## 遅延検波

予め送信側で差動符号化を行い受信側は1シンボル前の信号を基準波とみなして受信信号と掛け合わせる  
 差動符号化=和分変換 累積値の mod2(2で割った余り,偶数は0,奇数は1)  
 $b_i = a_i$ , 遅延検波: 結局  $b_{i+1}$  と  $b_i$  の差をとると同じ  $b_{i+1} - b_i = a_i$

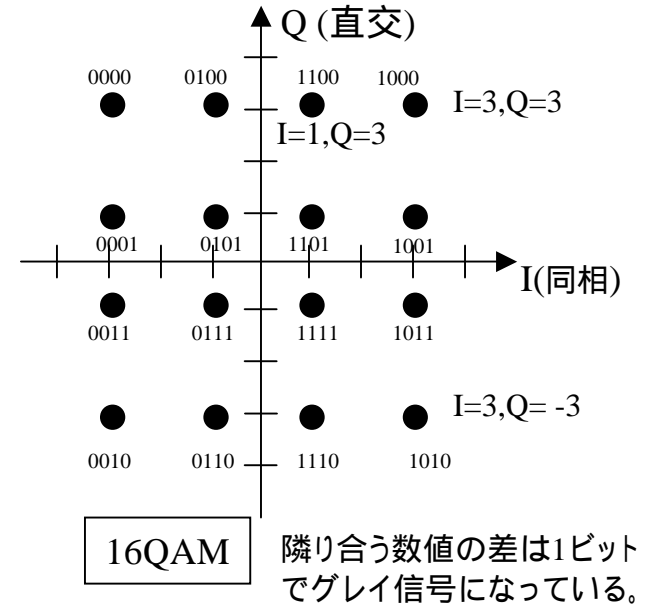
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
送信側	デジタル信号	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
	差動符号化	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0
	送信信号位相			0	0		0				0
受信側	受信信号			0	0		0				0
	遅延信号位相				0	0		0			
	位相検波出力		1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1
	再生出力		0	1	0	1	1	1	0	0	1

## -2 直交PSK(参考2 参照)



## QAM

二つの搬送波の直交性を利用して同相及び直交相のBB信号の振幅を多値化した直交多値APSK。位相と振幅を同時に変調するので電波使用効率は上がるが、信号間距離が小さく誤り率が高くなるので、送信電力を高める必要がある。

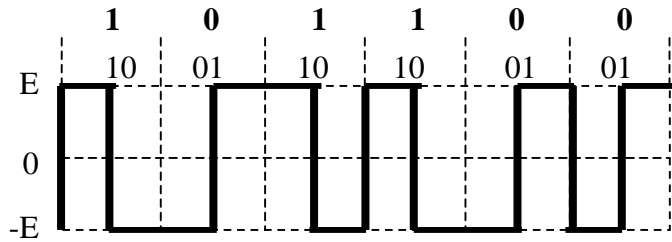


# 各種変復調方式と同期・非同期検波の比較

	ASK	FSK	PSK	QAM	同期検波	非同期検波
原理	$y = a \cos t$ の $a$ を $\pm 1$ あるいは $0, 1$ とする。	$y = a \cos(\pm a)t$ と $a$ により周波数を変える	$y = a \cos(t + a)$ の $a$ を $0, 1$ とする。	直交性搬送波( $\cos t$ と $\sin t$ など)を用いて、同相成分と直角成分に信号を配置する	搬送波と受信波との積をLPFに通し信号を得る	整流して包絡線を得る検波、1シンボル前の受信波との積を利用する遅延検波などがある。
特徴	帯域幅が広い。アナログのAMに相当。振幅に情報が含まれるため、包絡線検波が可能	帯域幅が狭い。アナログのFMに相当。振幅変動に強い。	振幅、周波数が一定	直交多値PSKの1種。搬送波の振幅と移送を同時に変調する	搬送波は受信波の2乗をHPFに通すなどして作る。	装置が簡単で価格が安い。遅延検波には、送信側での差動化が必要。
周波数利用効率	帯域幅はFMより狭い。	帯域幅がASK, PSKより広がる。CPFSK(位相連続FSK)にすれば効率が上がる	ASK, FSKより高い	一つの搬送波で多くの信号が送れ効率高い		
ビット誤り率	振幅への影響が大きい雑音の影響を受けやすい	低い	小さい。包絡線が一定で伝送路のレベル変動に強い	信号間距離が近く誤り率は高い	誤り率低い	誤り率高い
電力利用効率			ASK, FSKより高い	誤りを少なくするには電力を大きくする		
その他	装置が簡単でコスト低い。電波強度の変動に弱く移動通信には適さない	回路構成が簡単	衛星通信、移動体通信、加入者無線などに利用される。			

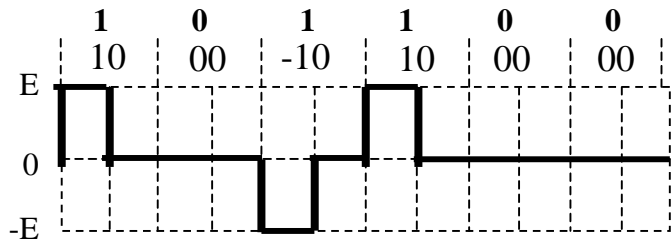
# 参考1 各種符号方式

スプリットフェーズ符号(マンチェスタ符号)



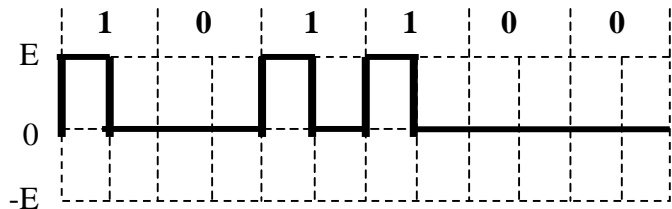
1ビットを2ビットに変換する。  
0→01, 1→10

バイポーラ符号(AMI符号): Alternate Mark Inversion

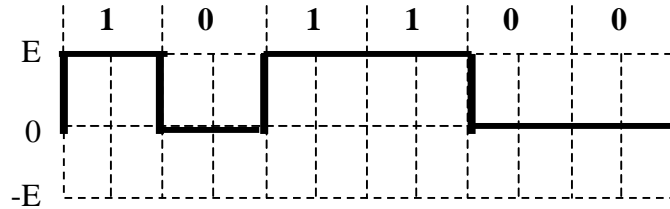


0→00, 1は交互に 10 → -10→10 と  
極性を変える。

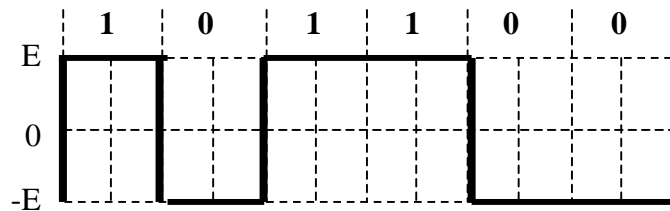
RZ符号: Return to Zero



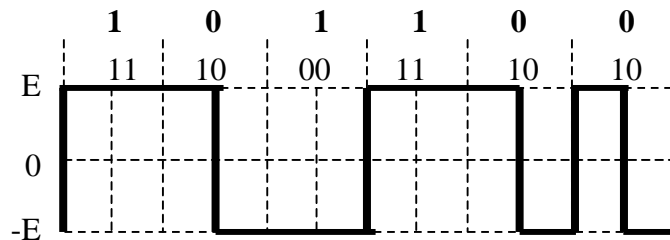
NRZ符号: Non-Return to Zero



複極NRZ符号: 複極 Non-Return to Zero



CMI符号: Coded Mark Inversion



1ビットを2ビットに変換する。  
0→10, 1→11 (直前が1のとき)  
または、00 (直前が0のとき)

## 参考2 その他

同期検波 受信側で搬送波を再生して受信PSK信号と掛け合わせ低周波成分をLPFで取り出す。  
 遅延検波 1シンボル前の受信PSK信号を基準波とみなして検波。送信側で**差動符号化**が必要

**差動変換** :情報が0なら送信符号を変えない。  
 情報が1なら送信符号を逆転させる。

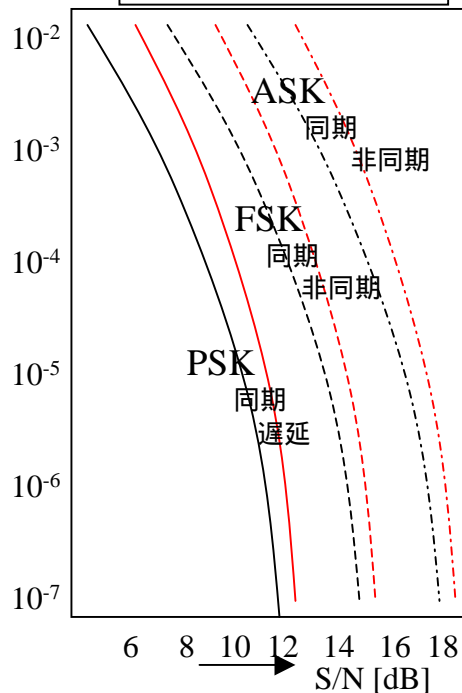
例 元の情報 10110110  
 差動符号 11011011

グレイコード  
 数値1の増減、or  
 隣り合う信号間で  
 1ビットだけ変化

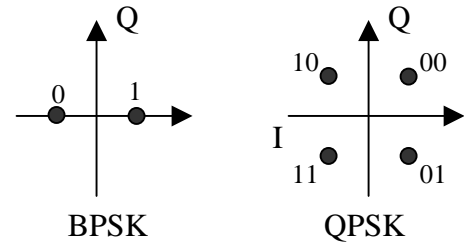
数 2進コード Gray code

0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

ビット誤り率の傾向



QPSKの周波数利用効率はBPSKの2倍である。



### QPSKの同期検波

受信波に  $\cos \omega_c t$  ( $\omega_c$  は搬送波角周波数) を掛けると同相分 ( $I$  成分) が、 $-\sin \omega_c t$  を掛けると直交分 ( $Q$  成分) が検出される。(p.2 の -2の図参照)  
 一つの搬送波で4つの信号が送れる。

受信波

$$\cos(\omega_c t + a\pi) - \sin(\omega_c t + b\pi), a = 0, 1, b = 0, 1$$

検波

$$\begin{aligned} & 2 \cos(\omega_c t + a\pi) \times \cos \omega_c t \\ &= \cos(2\omega_c t + a\pi) + \cos a\pi \rightarrow LPF \text{で } \cos a\pi (= \pm 1) \text{ を分離} \\ & 2\{-\sin(\omega_c t + b\pi)\} \times \{-\sin \omega_c t\} \\ &= -\cos(2\omega_c t + b\pi) + \cos b\pi \rightarrow LPF \text{で } \cos b\pi (= \pm 1) \text{ を分離} \\ & 2 \cos(\omega_c t + a\pi) \times (-\sin \omega_c t) \\ &= -\sin(2\omega_c t + a\pi) + \sin a\pi \rightarrow LPF \rightarrow \sin a\pi = 0 \\ & 2\{-\sin(\omega_c t + b\pi)\} \times \cos \omega_c t \\ &= -\sin(2\omega_c t + b\pi) - \sin b\pi \rightarrow LPF \rightarrow \sin b\pi = 0 \end{aligned}$$

同相分および直交分の振幅を2種類にすれば16QAMになる (p.2)。

# 参考3 CDMA

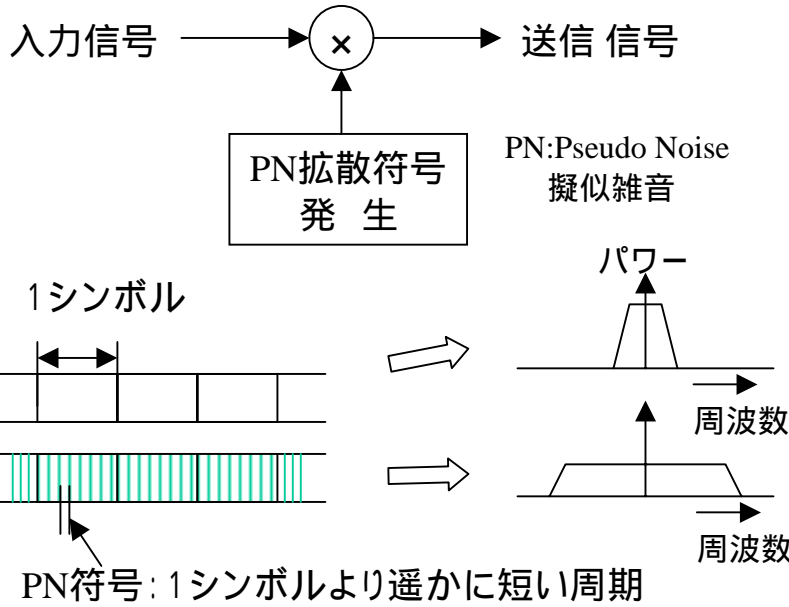
## DS-SSM, DS-SSA

Direct Spread Code Division Multiple Access

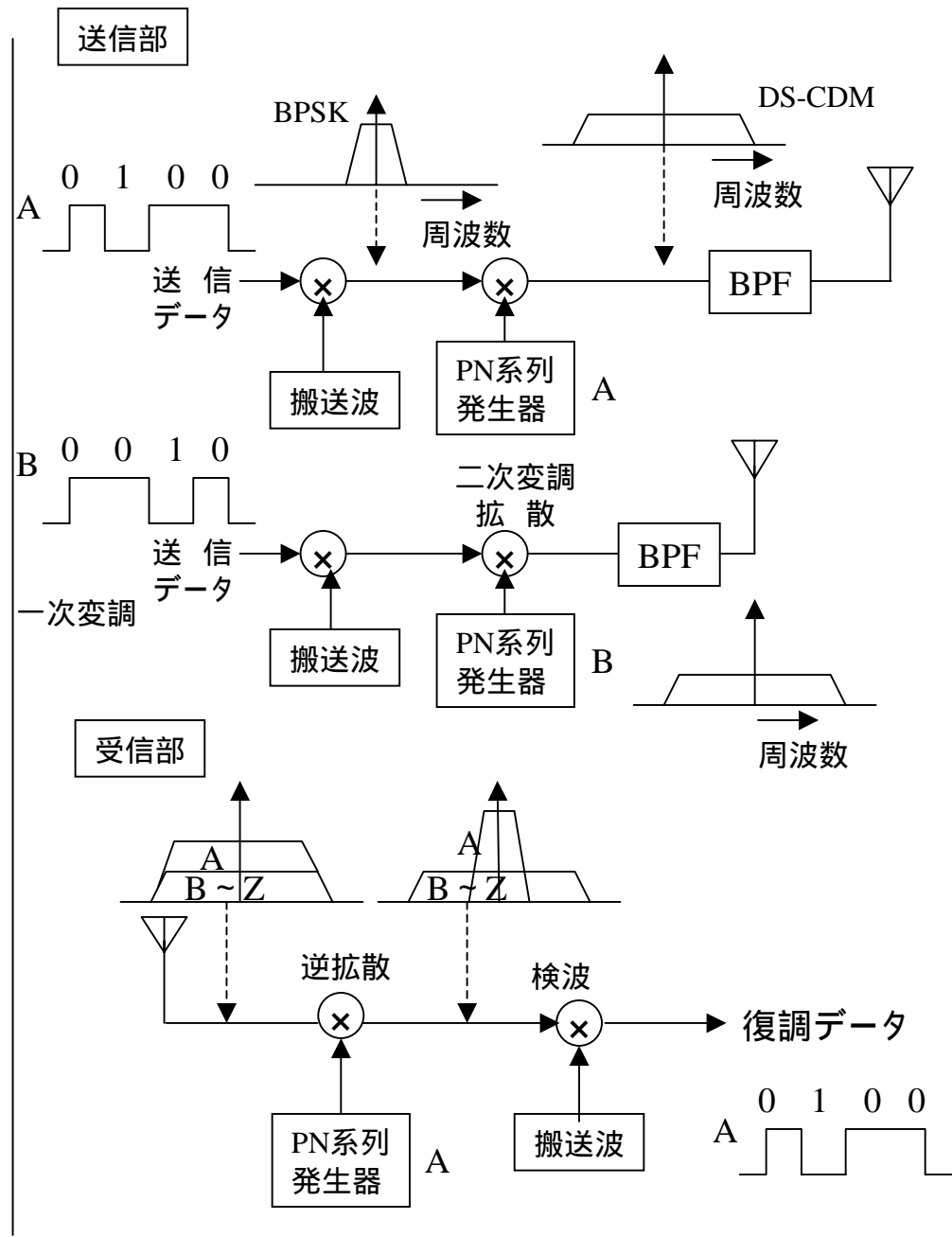
直接拡散符号分割多重アクセス

DSに対し、周波数ホッピング拡散方式がある。  
多重化技術であるが変調ともみなせる。

### 直接拡散、原理



実際には、PSKなどで一次変調を行い、さらにPNで変調(PNとのXORをとるなど)して広帯域に拡散送信する。広範囲の周波数に情報が拡散するので特定周波数でのフェージング等の伝送障害に対して強い。携帯電話に使用されている。





### 参考4 OFDM(直交周波数分割多重)

### Orthogonal Frequency Division Multiplex

これも変調というより多重化が目的だが、取り上げる。

$f_1(t) = \sin 2\pi ft$ ,  $f = 1/T$  :  $T =$  シンボル長とする。

いま、 $f_m(t) = \sin 2\pi mft$ ,  $f_n(t) = \sin 2\pi nft$  とする。

$$\int_0^T f_m(t)f_n(t)dt = \int_0^T \sin 2\pi mft \sin 2\pi nft dt$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^T \{ \cos 2\pi f(m-n)t - \cos 2\pi f(m+n)t \} dt$$

$$= \frac{1}{2 \times 2\pi f} \left\{ \frac{\sin 2\pi f(m-n)T}{m-n} - \frac{\sin 2\pi f(m+n)T}{m+n} \right\}$$

$$= \frac{1}{2 \times 2\pi f} \left\{ \frac{\sin 2\pi(m-n)}{m-n} - \frac{\sin 2\pi(m+n)}{m+n} \right\}, (m \neq n)$$

$$= \frac{1}{2 \times 2\pi f} \left\{ 2\pi - \frac{\sin 2\pi(m+n)}{m+n} \right\}, (m = n)$$

$$= \begin{cases} 0, & (m \neq n) \\ T/2, & (m = n) \end{cases}$$

以上から、 $\sin 2m\pi ft$  と  $\sin 2n\pi ft$  とは、期間  $T$  の

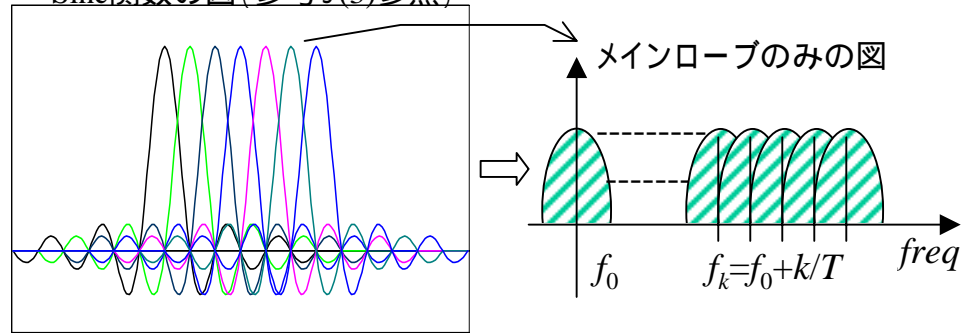
積分値で見ると直交する  $\left( \begin{matrix} m \neq n \text{ で } 0, \\ m = n \text{ で } 0 \text{ でない} \end{matrix} \right)$

いま、最低周波数を  $f_0$  とし、そのサブキャリアを  $f_k$  とするとき、

$$f_k = f_0 + kf = f_0 + \frac{k}{T} \text{ とすれば直交系列となる。}$$

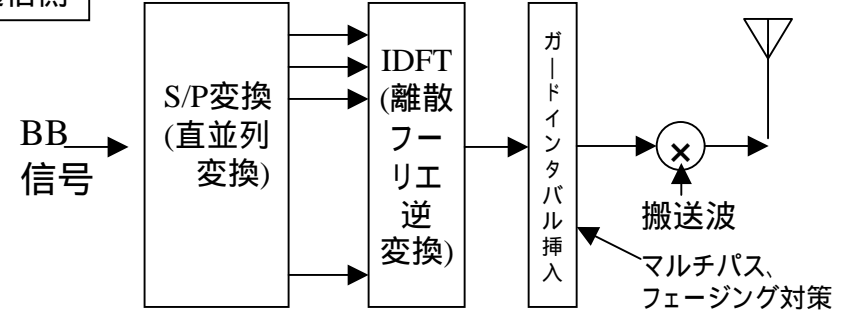
$T$  はガードインタバル GI を含む 

Sinc関数の図(参考5(3)参照)



サイドローブの影響軽減のため窓関数を使用するが詳細は省略。

送信側



IDFT: OFDMでは、各周波数成分を信号データに従って与えるので周波数領域のデータが揃うことになる。これを時間領域に変換(フーリエ逆変換)して時系列データ化する。

受信側

