安定性判別練習問題

1.次の記述で誤りはどれか。
①伝達関数の分母を多項式で表したものを特性多項式という。
②特性多項式を 0 と置いた式を特性方程式という。
③特性方程式の解の実数部がすべて負のときその系は安定である。
④特性方程式の解が一つ複素平面の右半面にあってもその系は安定である。
⑤特性方程式の解がすべて複素平面の虚軸より左側にあるときその系は安定である。

2.伝達関数 $T(s)$ が

$$T(s)=\frac{G(s)}{1+H(s)G(s)}=\frac{c_m s^m+\cdots+c_1 s+c_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}=\frac{c_m(s-z_1)\cdots(s-z_i)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)\cdots(s-p_k)\cdots(s-p_n)}\cdots p_k\neq z_i$$

$k\neq l$ のとき、$p_k\neq p_l$,
で表される時、以下の記述で誤りはどれか。

①通常、$m\leq n$ である。
②インパルスに対する応答は、$\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\varepsilon^{p_k t}$ で表すことができる。
③ $p_k=u_k+jv_k$ とすれば、すべてのu_kが負であれば安定である。
④特性方程式の解は、$p_k,(k=1,2,\cdots n)$である。
⑤特性多項式は、$s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0=0$ である。

3.伝達関数 $T(s)$ が

$$T(s)=\frac{G(s)}{1+H(s)G(s)}=\frac{c_m s^m+\cdots+c_1 s+c_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}=\frac{c_m(s-z_1)\cdots(s-z_i)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)\cdots(s-p_k)\cdots(s-p_n)}\cdots p_k\neq z_i$$

で表される時、以下のラウスフルビッツ法に関する記述で正しいのはどれか。

① $H(s)G(s)$ の分母の係数間の関係を利用する。
②係数 $a_0, a_1, \cdots a_n$ (ここでは、$a_n=1$)間の関係から判定する。
③係数 $c_0, c_1, \cdots c_m$ 間の関係から判定する。
④ $p_k, (k=1,2,\cdots n)$ 間の関係から判定する。
⑤ $z_i, (i=1,2,\cdots m)$ 間の関係から判定する。

4.伝達関数 $T(s)$ が $T(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$ で表される時、$F(s)=1+G(s)H(s)$ とする。
s を $F(s)$ の虚軸上の極を避けて複素平面の右半面をカバーするように一巡させた時
以下の記述で誤りはどれか。ただし、右半面には $F(s)$ の極がないものとする。

① $F(s)$ の軌跡が原点の回りを、(原点を囲んで) 回れば不安定である。
② $G(s)H(s)$ の軌跡が $s=-1$ より右側を一巡すれば不安定である。
③ $F(s)$ の軌跡が虚軸を除く右半面内を回れば安定である。
④ $G(s)H(s)$ の軌跡が $-1(-1, j0)$ の廻りを、(-1 を囲んで) 二巡すれば不安定である。
⑤ $G(s)H(s)$ の軌跡が実軸を除く上半面内を一巡すれば安定である。

5.伝達関数 $T(s)$ が $T(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$ で表される時、$F(s)=1+G(s)H(s)$ とする。
s を $F(s)$ の極を避けて虚軸上を $j\omega \approx j0$ から、$j\omega \to j\infty$ まで移動させるものとする。
以下の記述で誤りはどれか。ただし、右半面には$F(s)$ の極がないものとする。

① $G(s)H(s)$ の軌跡が $-1(-1, j0)$を右に見て通過すれば安定である。
② $G(s)H(s)$ の軌跡が $-1(-1, j0)$を左に見て通過すれば安定である。
③ $F(s)$ の軌跡が原点を左に見て通過すれば安定である。
④ $s=-j\omega$ としたときと、$s=j\omega$ としたときの $G(s)H(s)$ の軌跡は上下対称となる。
⑤ $G(s)H(s)$ の軌跡が $-1(-1, j0)$を一巡すれば不安定である。

6.次の記述で誤りはどれか。
①ラウス　フルビッツ法は、特性多項式の係数を用いて解の安定性を判定する方法である。
②ナイキスト法は、s を複素平面の虚軸上の極を除いて右半平面をカバーするように巡回させた時の伝達関数の分母の軌跡で判定する。
③特性方程式の根を求めることができれば、安定性の判定が可能である。
④特性多項式から系を記述する行列を求め、その固有値が特性方程式の解になることを利用することができる。
⑤ナイキスト法で、s の虚軸上の動きに対応する伝達関数の分母の軌跡から判定する方法は、簡便な方法であるが結果は誤判定となることが多い。

解説

1. ④ すべて左半面内になければならない。
2. ⑤ =0 がつくと方程式になる。
3. ② T(s) を有理関数（分子分母が多項式の分数）表示したときの分母の係数間の関係を利用する。
4. ② $N = Z - P = Z,\quad P = 0$ であるから $Z = 0$
5. ① 右に見て通過すれば不安定、左に見て通過すれば安定である。
6. ⑤ $s = j\omega$ (ω=0+→∞) とする方法は本来のナイキスト軌跡の一部を利用する実用的な方法で多くの場合、-1 (-1,j0) との関係が明らかで判定に問題はない。