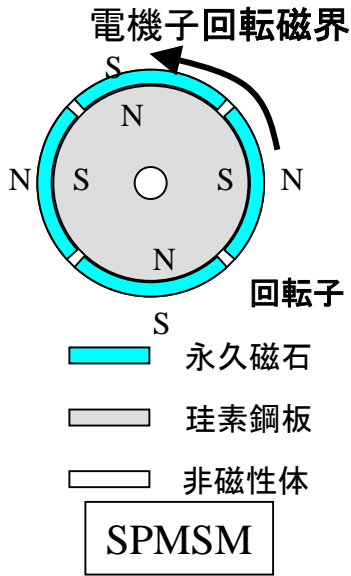


# 永久磁石同期電動機とリラクタンスマータ



Surface Permanent Magnet Synchronous Motor  
表面永久磁石構造同期電動機

表面に永久磁石を配置し、外部回転磁界との間の磁力で回転する。

非凸極機である。

表面永久磁石に働く遠心力に対する強度確保が困難で高速には適さない。

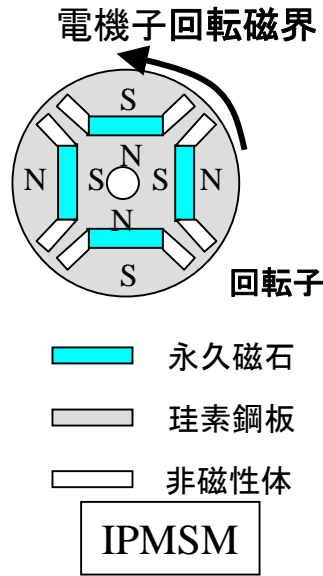
定格効率は誘導機(IM)より良い

低速効率は IMより良い

コスト高い

低速大トルク IMより良い

高速応答 IMより良い



Interior Permanent Magnet Synchronous Motor  
埋込永久磁石構造同期電動機

外部磁界との間の磁石力に加え、珪素鋼板部分のリラクタンスマータとしての機能もあるハイブリッド型である。

凸極機である。

永久磁石を回転子内に埋め込むので、永久磁石の保持が容易で高速機に適。

定格効率高い

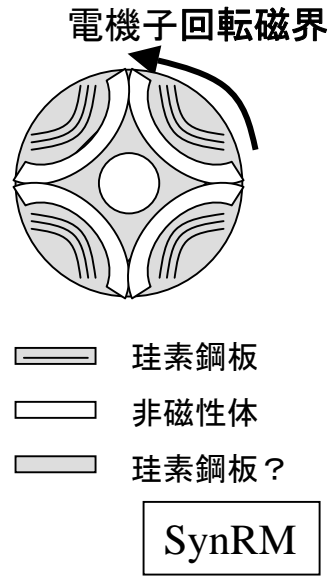
低速効率高い

コスト中

低速大トルクにも適する

高速応答可

エアコン、自動車、風力発電、μGTなど



永久磁石型ではないが比較のため取り上げた  
Synchronous, & Switched Reluctance Motor  
同期 および、スイッチトリラクタンスマータ

回転磁界または電機子電流の順次切替え(1→2→3→)により、磁気抵抗(リラクタンس)が最小になる位置に移動し回転を続ける。

100%リラクタンストルク。

凸極機である。

SRMは構造簡単で堅牢。

高速回転に適する。

定格効率中

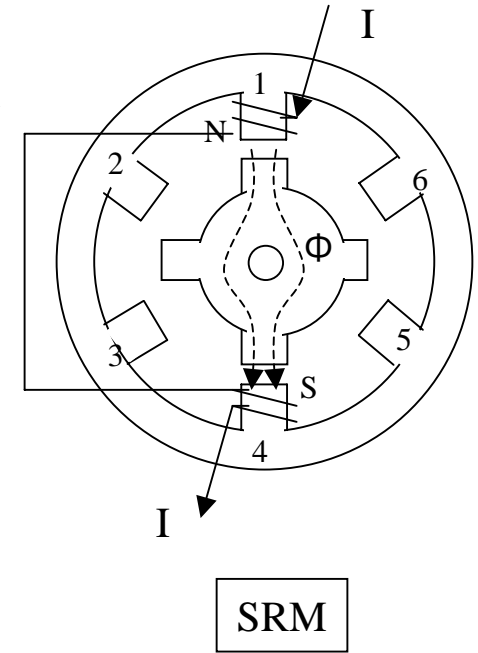
低速効率中

コスト低い

低速大トルクにも適する

高速応答可

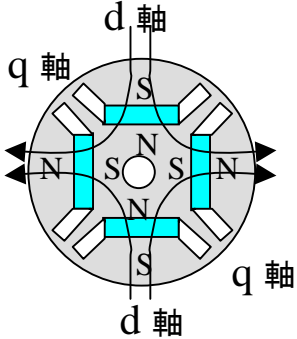
油圧ポンプ、洗濯機など



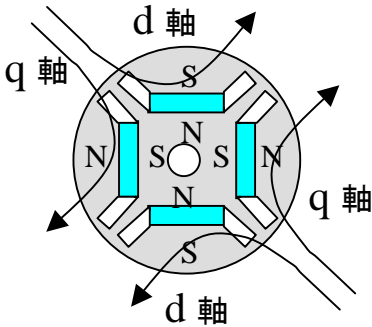
# 永久磁石同期電動機の解析

ハイブリッド型で代表して解析する

d 軸分の磁束



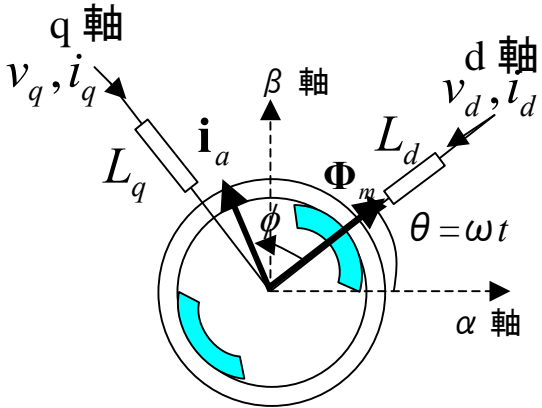
q 軸分の磁束



永久磁石の透磁率はほぼ真空中に等しいので q 軸磁束は透磁率の高い珪素鋼板内を通る。

上図は4極であるが、解析は下図の2極機で行う。

2極の解析用モデル



静止座標系を  $\alpha-\beta$  軸座標系、角速度  $\omega$  で反時計式に回転する回転子の座標系を  $d-q$  軸座標系で表す。過渡現象を無視し定常回転時を対象とする。電気子電流のベクトルの向きを電流が作る磁束の方向にとる。永久磁石の作る磁束を  $\Phi_m$ 、電気子電流を  $i_a$  とすれば、静止座標系基準では、

$$i_a = i_d + j i_q = (i_d + j i_q) \epsilon^{j\omega t}$$

$$\Phi_0 = \Phi_d + \Phi_q$$

$$\Phi_d = (\Phi_m + L_d i_d) \epsilon^{j\omega t}$$

$$\Phi_q = j L_q i_q \epsilon^{j\omega t}$$

$$v_a = i_a r + \frac{d}{dt} \Phi_0 = (i_d + j i_q) r \epsilon^{j\omega t} +$$

$$+ \frac{d}{dt} (\Phi_m + L_d i_d + j L_q i_q) \epsilon^{j\omega t}$$

同期機で、 $L_d, L_q$  は一定として微分すると、

$$= (i_d + j i_q) r \epsilon^{j\omega t} + j \omega (\Phi_m + L_d i_d + j L_q i_q) \epsilon^{j\omega t}$$

$d-q$  座標系では、上式から  $\epsilon^{j\omega t}$  を除いて、

$$v_d + j v_q = (i_d + j i_q) r + j \omega (\Phi_m + L_d i_d + j L_q i_q) \\ = (r i_d - \omega L_q i_q) + j (r i_q + \omega \Phi_m + \omega L_d i_d)$$

以上から、

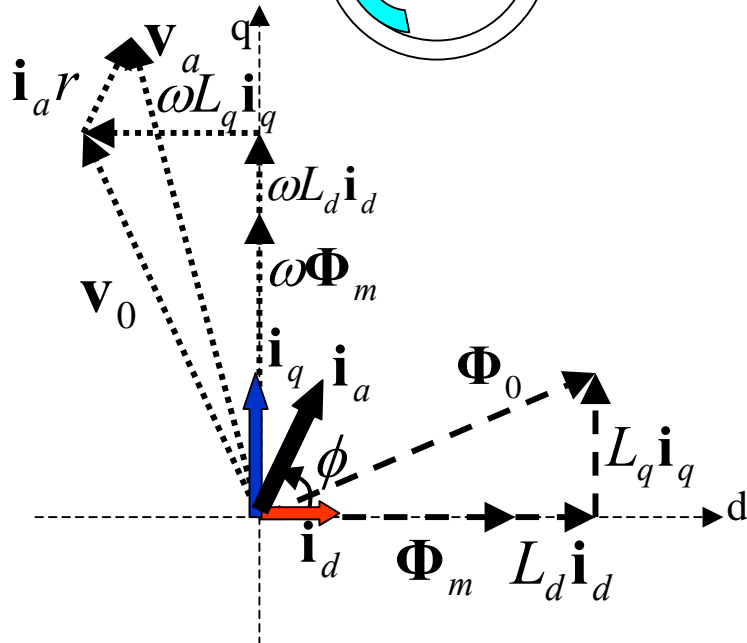
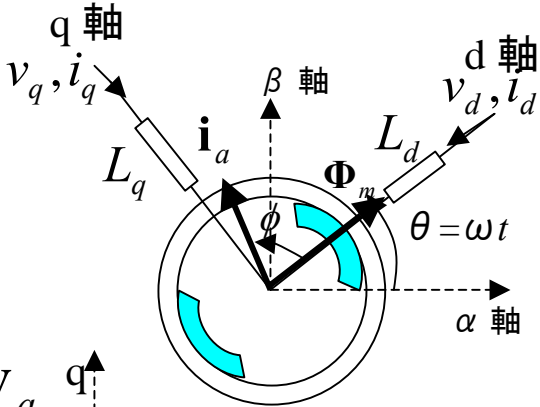
$$v_d = r i_d - \omega L_q i_q$$

$$v_q = r i_q + \omega \Phi_m + \omega L_d i_d$$

以上の関係を次頁のベクトル図1に示す。

# 永久磁石同期電動機のフェイザー(ベクトル)図

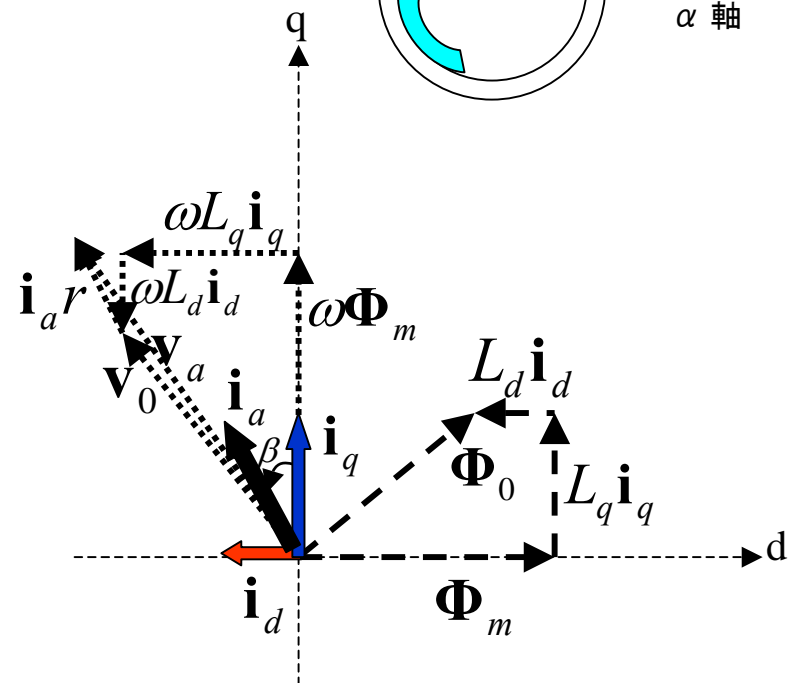
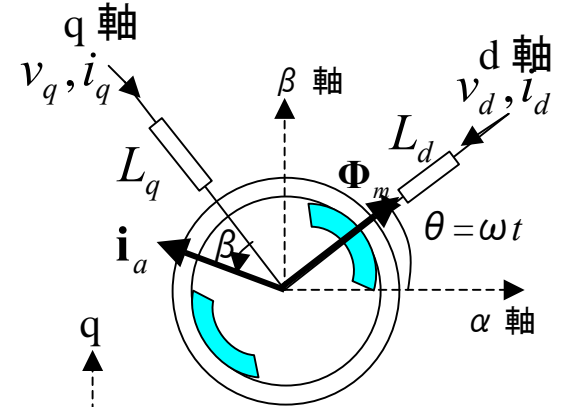
2極の解析用モデル



フェイザー図 (ベクトル図) 1

$i_a$  (の作る磁束の)ベクトルがd-q 軸第1象限にある一般表現図

2極の解析用モデル



フェイザー図 (ベクトル図) 2

$i_a$  (の作る磁束の)ベクトルがトルク最大値付近にある図

回転子の受けるトルクは、電機子(回転磁界)に働くトルクの反作用なので、極対数を  $p$  として(次頁の注参照)、

$$\begin{aligned}\tau &= -p \mathbf{i}_a \times \Phi_0 \\ &= -p (\mathbf{i}_d + \mathbf{i}_q) \times (\Phi_m + L_d \mathbf{i}_d + L_q \mathbf{i}_q) \\ &= -p \mathbf{i}_d \times (\Phi_m + L_d \mathbf{i}_d) - p \mathbf{i}_q \times L_q \mathbf{i}_q \\ &\quad - p (\mathbf{i}_d \times L_q \mathbf{i}_q) - p \mathbf{i}_q \times (\Phi_m + L_d \mathbf{i}_d)\end{aligned}$$

同相ベクトル間のベクトル積は0なので第1, 2項は0、第3, 4項は、順序を整理して、

$$= p \{ \Phi_m \times \mathbf{i}_q - \mathbf{i}_d \times \mathbf{i}_q (L_q - L_d) \}$$

$\mathbf{i}_q$  と  $\mathbf{i}_d$ 、 $\mathbf{i}_q$  と  $\Phi_m$  は直交しているので、

$$\tau = p \{ \Phi_m i_q - (L_q - L_d) i_q i_d \}$$

向きは  $\mathbf{i}_d \times \mathbf{i}_q$  から回転は反時計方向を正にとりその軸性ベクトルは紙面に垂直手前 向きが正となる。

$$i_d = i_a \cos \phi, i_q = i_a \sin \phi \text{ と書いて}$$

$$\tau = p \Phi_m i_a \sin \phi - p (L_q - L_d) i_a^2 \sin \phi \cos \phi$$

$$= p \Phi_m i_a \sin \phi - \frac{p (L_q - L_d) i_a^2 \sin 2\phi}{2}$$

$$\beta = \phi - \frac{\pi}{2} \text{ と書き換えると、 } \phi = \beta + \frac{\pi}{2} \text{ として、}$$

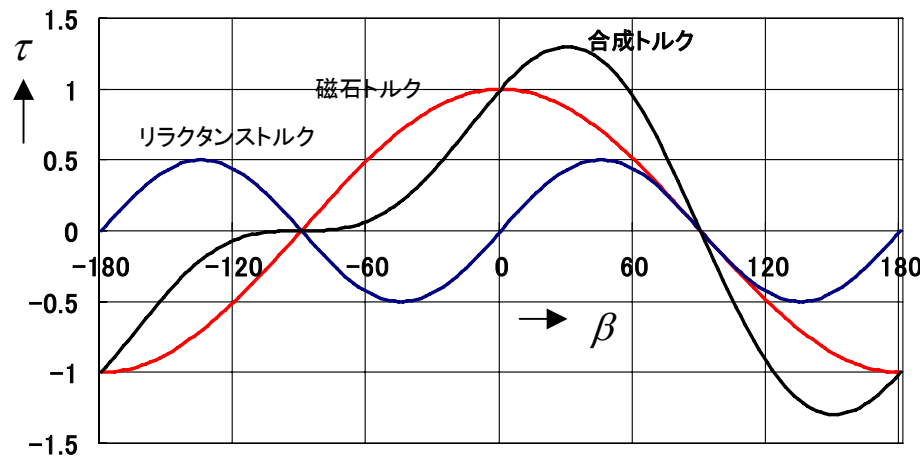
$$\tau = p \Phi_m i_a \cos \beta + \frac{p (L_q - L_d) i_a^2 \sin 2\beta}{2}$$

第1項は磁石トルク、第2項はリラクタンストルクである。

$$p = 1, \Phi_m = 1, L_q - L_d = 1, i_a = 1 \text{ とすれば、}$$

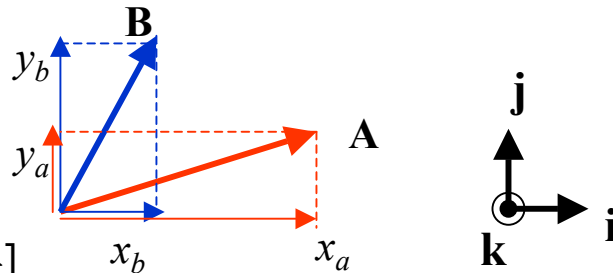
$$\tau = \cos \beta + 0.5 \sin 2\beta$$

となる。 $\beta$  を変化させて  $\tau$  の図を描くと下図になる。



上図からわかるように、トルクの最大を与える回転磁界のベクトル(最大値)の位置は、 $q$  軸よりも進んだ位置であることから、 $\beta > 0$  となるように  $\mathbf{i}_a$  をとったベクトル図がベクトル図2で、電気学会電気工学ハンドブックには、この方式のベクトル図が掲載されている。上図の例では、磁石トルクの最大値は、回転磁界が  $\beta = 0^\circ$ 、すなわち、 $q$  軸に一致する位置、リラクタンストルクが最大になるのは  $\beta = 45^\circ$ 、であり、合成トルクが最大になるのは、 $\beta = 30^\circ$  の位置 ( $q$  軸より  $30^\circ$  進み) のときである。

注. 複素数表示でのスカラー積、ベクトル積



[行列表示]

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} x_a & y_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \end{bmatrix} = x_a x_b + y_a y_b$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_a & y_a & 0 \\ x_b & y_b & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{k} \begin{vmatrix} x_a & y_a \\ x_b & y_b \end{vmatrix} = \mathbf{k}(x_a y_b - x_b y_a)$$

[複素数表示]

$\mathbf{A}^* \mathbf{B}$ を作ってみると( $\mathbf{A}^*$ は $\mathbf{A}$ の共役値)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^* \mathbf{B} &= (x_a + jy_a)^* (x_b + jy_b) = (x_a - jy_a)(x_b + jy_b) \\ &= (x_a x_b + y_a y_b) + j(x_a y_b - x_b y_a) \end{aligned}$$

上の行列表示の場合と比較して、

スカラー積 =  $\text{Re}(\mathbf{A}^* \mathbf{B}) = \mathbf{A}^* \mathbf{B}$ の実数部

ベクトル積 =  $\text{Im}(\mathbf{A}^* \mathbf{B}) = \mathbf{A}^* \mathbf{B}$ の虚数部

に等しいことが分かる。

ベクトル積のベクトルの向きは、

$\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ の向きとして、紙面に垂直手前

向きである(行列表示から、 $\mathbf{k}$ 成分 =  $z$ 方向)。

前頁のトルクの計算を $\alpha - \beta$ 静止座標系について行ってみると、

$$\begin{aligned} \tau &= \text{Im} \left\{ -p(\mathbf{i}\varepsilon^{j\omega t})^* (\Phi_0 \varepsilon^{j\omega t}) \right\} \\ &= \text{Im} \left\{ -p(i_d - ji_q) \varepsilon^{-j\omega t} (\Phi_m + L_d i_d + jL_q i_q) \varepsilon^{j\omega t} \right\} \\ &= \text{Im} \left\{ -p(i_d - ji_q) (\Phi_m + L_d i_d + jL_q i_q) \right\} \\ &= p \left\{ i_q (\Phi_m + L_d i_d) - i_d L_q i_q \right\} \\ &= p \left\{ \Phi_m i_q - (L_q - L_d) i_d i_q \right\} \end{aligned}$$

となり、 $d - q$ 座標系での計算と同じ結果が得られる。