Newton-Raphson法による電圧潮流計算

N-R法の基礎的な事項については、「技術士基礎」編
「基礎数学」「ニュートン　ラフソン法」を参照してください。

電圧・電流分布 N-R法:

$No.0$ ～$No.n$の$n+1$個のノード(結節点、端子、母線)とそれらを結ぶ枝を持つ回路があり、ノード kの電圧を$\dot{V}_k$,ノード k への流入電流をI_kとすると、

$$\dot{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} \text{と} \ \dot{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} \text{の間に、} \dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{Y}}\dot{\mathbf{V}} \text{が成り立つ。ただし、} \dot{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{00} & \dot{Y}_{01} & \dot{Y}_{02} & \cdots & \dot{Y}_{0n} \\ \dot{Y}_{10} & \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \cdots & \dot{Y}_{1n} \\ \dot{Y}_{20} & \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \cdots & \dot{Y}_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dot{Y}_{n0} & \dot{Y}_{n1} & \dot{Y}_{n2} & \cdots & \dot{Y}_{nn} \end{bmatrix}$$

$\dot{Y}_{kl}$は、$\dot{V}_k = 1 + j0$、$\dot{V}_{m\neq k} = 0 + j0$としたときの $\dot{I}_l$ として求められる。$\left(\dot{Y}_{kl} = \left\|\dot{I}_l\right\|_{\dot{V}_k = 1, \dot{V}_{m\neq k} = 0}\right)$

第 m 行を書き出すと、

$$\dot{I}_m = \dot{Y}_{m0}\dot{V}_0 + \dot{Y}_{m1}\dot{V}_1 + \dot{Y}_{m2}\dot{V}_2 + \cdots \dot{Y}_{mn}\dot{V}_n$$

ノード m への流入電力は、$\dot{V}_m \dot{I}_m^*$ から、$\dot{V}_k = E_k + jF_k$, $\dot{Y}_{kl} = G_{kl} + jB_{kl}$ として、

$$P_m + jQ_m = \dot{V}_m\dot{V}_0^* Y_{m0}^* + \dot{V}_m\dot{V}_1^* Y_{m1}^* + \dot{V}_m\dot{V}_2^* Y_{m2}^* + \cdots + \dot{V}_m\dot{V}_n^* Y_{mn}^*$$

$$\dot{V}_m\dot{V}_l^* Y_{ml}^* = (E_m + jF_m)(E_l - jF_l)(G_{ml} - jB_{ml}) = \{(E_mE_l + F_mF_l) + j(F_mE_l - E_mF_l)\}(G_{ml} - jB_{ml})$$
$$= \{(E_mE_l + F_mF_l)G_{ml} + (F_mE_l - E_mF_l)B_{ml}\} + j\{(F_mE_l - E_mF_l)G_{ml} - (E_mE_l + F_mF_l)B_{ml}\}$$

以上から、ノード m への流入電力は、次式で表されることが分かる。

$$P_m = \sum_{l=0}^{n} \{(E_m E_l + F_m F_l) G_{ml} + (F_m E_l - E_m F_l) B_{ml}\} \cdots (1)$$

$$Q_m = \sum_{l=0}^{n} \{(F_m E_l - E_m F_l) G_{ml} - (E_m E_l + F_m F_l) B_{ml}\} \cdots (2) \cdots P,Q\text{指定ノード}$$

また、$V_l^2 = E_l^2 + F_l^2 \cdots (3) \cdots P,V$ 指定ノード　　　が成り立つ。

この系内の有効・無効電力の発生の総和と消費の総和は等しくなければならないから、P,Q それぞれについて、この条件式各1個があり、P_l, Q_l のうち各1個は自由には決められない。P_0 と Q_0 をこのためのスラック（しわ取り）発電機とする。そうすると、残り各 n 個ずつの P,Q を与えて、$2n$ 個の独立な式が得られ、これから n 個の E とn個の F が未知数として求められる。除外する1個のノードをノード0として、電圧および位相の基準となるようにノード0の電圧を与えると、$E_0 + jF_0$ は既定定数となる。

$P_l, l=1,2,\cdots n$ のすべてと、Q_l のうち m 個、および V_l のうち $n-m$ 個を既定値として与えると、$E_l, F_l, l=1,2,\cdots n$ を未知数とする二次の多元連立方程式が得られる。

$E_1, F_1, E_2, F_2, E_3, F_3 \cdots, E_n, F_n$ を $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \cdots, x_{2n-1}, x_{2n}$ と書き直し、

$P_1, Q_1 or V_1, P_2, Q_2 or V_2, P_3, Q_3 or V_3 \cdots, P_n, Q_n or V_n$ を $S_1 \cdots, S_{2n-1}, S_{2n}$, 各式の右辺を f_k と書き直すと、

$(1)(2)$ または (3) 式の左辺から右辺を差し引いた

$$\mathbf{S} - \mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0 \cdots (4),\ \mathbf{S} = [S_1\ S_2 \cdots S_{2n}]^t, \mathbf{f} = [f_1\ f_2 \cdots f_{2n}]^t, \mathbf{x} = [x_1\ x_2 \cdots x_{2n}]^t$$

が得られる。

$\mathbf{S}-\mathbf{f}(\mathbf{x})=0$の微分を取ると、

$$d\mathbf{f}=J(\mathbf{f},\mathbf{x})d\mathbf{x}=0\rightarrow\mathbf{f}(\mathbf{x}_{new})-\mathbf{f}(\mathbf{x}_{old})\approx J(\mathbf{f},\mathbf{x}_{old})(\mathbf{x}_{new}-\mathbf{x}_{old})$$

$\mathbf{f}(\mathbf{x}_{new})=0$ になるものとすると、

$$\mathbf{x}_{new}=\mathbf{x}_{old}-\{J(\mathbf{f},\mathbf{x}_{old})\}^{-1}\mathbf{f}(\mathbf{x}_{old})\cdots(5)$$

ここで、$J(\mathbf{f},\mathbf{x})$はヤコビアンと呼ばれ 、$N=2n$ として、次式で表され る。

$$J(\mathbf{f},\mathbf{x})=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & \cdots & f_{1N} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & \cdots & f_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f_{N1} & f_{N2} & \cdots & \cdots & f_{NN} \end{bmatrix}=\frac{\partial(f_1,f_2,\cdots,f_n)}{\partial(x_1,x_2,\cdots,x_n)},\quad f_{kl}=\frac{\partial f_k}{\partial x_l}$$

計算に当たっては、 $\mathbf{x}$の初期値 (通常 $E_k=1, F_k=0$ とする)を与え、(5)式に従って逐次近似計算を行う。

計算は収斂計算となる ので、$\max|\mathbf{x}_{new}-\mathbf{x}_{old}|$が所定の値以下になる まで繰り返す。問題によっては 収斂性が悪い場合もあ り、収斂性を高めるた めのルーチンを加える方法 も提案されている。

各ノードの電圧が決ま れば、各分枝の潮流も 求められる。