24年度一次機械問題略解

（計算問題中心）

正解番号

Ⅳ-1②	垂直に吊り下げた丸棒の自重による破壊
Ⅳ-2①	円形断面の段つき棒の引張り力による伸び
Ⅳ-3④	中実丸棒のねじり
Ⅳ-4①	接合した棒の熱膨張に伴う応力
Ⅳ-5④	トラス構造にかかる力の計算
Ⅳ-6①	梁の中央に発生する最大曲げ応力
Ⅳ-7①	主せん断応力の計算
Ⅳ-8①	鋼製の部材に穴を開けたときの許容応力
Ⅳ-9②	片持ち梁が座屈しない限界
Ⅳ-10②	丸棒から削りだした長方形断面棒で曲げ加重最大となる縦横比
Ⅳ-11③	制御系の安定性判別
Ⅳ-12③	伝達関数の計算
Ⅳ-13②	逆ラプラス変換
Ⅳ-14①	微分方程式から伝達関数を求める
Ⅳ-15④	制御量の意味
Ⅳ-16⑤	ゲインの計算
Ⅳ-17④	バネとダンパーで支えられた物体の振動
Ⅳ-18④	横振動する梁の境界条件

Ⅳ-19②	棒の慣性モーメント
Ⅳ-20④	調和振動の穴埋め問題
Ⅳ-21③	定滑車につるされた物体が落下するときの加速度
Ⅳ-22③	1自由度ばね振動系の固有振動数
Ⅳ-23④	比熱等に関するSI単位の正誤
Ⅳ-24②	蒸気タービンの出力計算
Ⅳ-25②	理想気体が膨張するときの仕事
Ⅳ-26④	可逆カルノーサイクルを行う熱機関の出力と廃熱計算
Ⅳ-27④	メタンを完全燃焼させるために必要な理論空気量
Ⅳ-28③	蒸気タービンサイクルに関する穴埋め
Ⅳ-29⑤	熱交換器の熱通過率
Ⅳ-30③	流れに置かれた円柱の背後に生じるカルマン渦
Ⅳ-31④	水に浮く物体の水面上の体積の比率
Ⅳ-32⑤	ノズルの流入部と流出部の圧力差計算
Ⅳ-33②	平板に衝突するノズルの及ぼす力
Ⅳ-34③	管摩擦係数とレイノズル数との関係
Ⅳ-35①	空気の一様流中に置かれた半無限円板に発生する境界層の記述

Ⅳ-1 ②

長さをLとすれば、

自重は、$\dfrac{\pi d^2}{4} L\rho g \le \sigma_B \dfrac{\pi d^2}{4}$

$$L \le \frac{\dfrac{\pi d^2}{4}\sigma_B}{\dfrac{\pi d^2}{4}\rho g} = \frac{\sigma_B}{\rho g}$$

Ⅳ-2 ①

太い部分の伸びをΔx,細い方の伸びをΔyとする。

$$\frac{P/A}{E} = \frac{\Delta x}{2l}, \quad \frac{P/4A}{E} = \frac{\Delta y}{l}$$

$$\Delta x + \Delta y = \frac{P/A}{E} \cdot 2l + \frac{P/4A}{E} l$$

$$= \frac{Pl}{AE}(2 + 1/4) = \frac{9Pl}{4AE}$$

Ⅳ-3 ④

$$\theta = \frac{Tl}{GI_p} = \frac{Tl}{G}\frac{1}{I_p} = \frac{Tl}{G}\frac{32}{\pi d^4} \propto \frac{1}{d^4}$$

$d_1 = d,\ d_2 = 2d$ のとき、

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{(2d)^4}{d^4} = \frac{2^4}{1} = \frac{16}{1}$$

Ⅳ-4 ①

壁がないとき、温度上昇による伸びは、

$$l_0\alpha_1\Delta T + l_0\alpha_2\Delta T = l_0\Delta T(\alpha_1+\alpha_2)$$

この伸びに相当する分を圧力によって縮小させると考える。接合面の圧力を Pと

すると、1,2の部分の縮み$\Delta x_1, \Delta x_2$ はそれぞれ、

$$\frac{P/A_1}{E_1} = \frac{\Delta x_1}{l_0} \text{から } \Delta x_1 = \frac{Pl_0}{A_1E_1},\ \Delta x_2 = \frac{Pl_0}{A_2E_2}$$

$$\therefore \Delta x_1 + \Delta x_2 = l_0\Delta T(\alpha_1+\alpha_2)$$

$$l_0\Delta T(\alpha_1+\alpha_2) = \frac{Pl_0}{A_1E_1} + \frac{Pl_0}{A_2E_2}$$

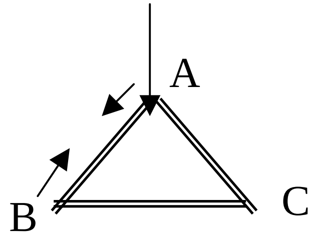
$$P = \frac{l_0\Delta T(\alpha_1+\alpha_2)}{l_0\left(\dfrac{1}{A_1E_1}+\dfrac{1}{A_2E_2}\right)}$$

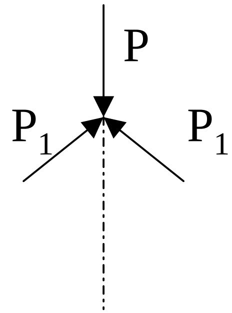
$$\sigma_1 = \frac{P}{A_1} = \frac{l_0\Delta T(\alpha_1+\alpha_2)/A_1}{l_0\left(\dfrac{1}{A_1E_1}+\dfrac{1}{A_2E_2}\right)} = \frac{(\alpha_1+\alpha_2)A_2E_1E_2}{A_1E_1+A_2E_2}\Delta T$$

Pの向きを棒が伸びる方向に取れば

符号が変わる。

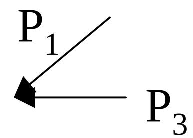
Ⅳ-5 ④





$$P = 2P_1\cos 45^\circ = \sqrt{2}P_1$$

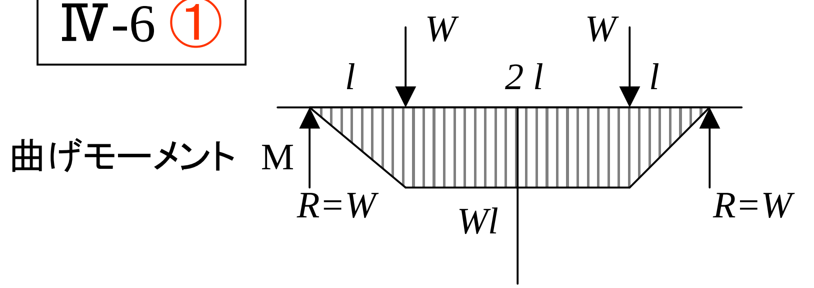
$$\rightarrow P_1 = P/\sqrt{2}$$



$$P_3 = P_1\cos 45^\circ = P_1/\sqrt{2}$$

$$\rightarrow P_3 = P_1\sqrt{2} = P/2$$

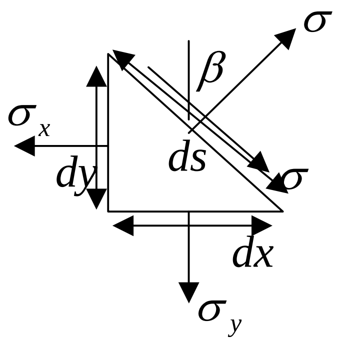
Ⅳ-6 ①



$$\sigma = \frac{\eta}{I}M,\ \eta = h/2,\ I = h^4/12$$

$$\rightarrow \sigma = \frac{h/2}{h^4/12}Wl = \frac{6Wl}{h^3}$$

Ⅳ-7 ①



$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\beta + \tau_z \sin 2\beta$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\beta + \tau_z \cos 2\beta$$

$$\tau_z = 0$$

$$\beta = \pi / 4$$

$$\sigma_x = -100 = -100$$

$$\sigma_y = 100 = 100$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\beta + \tau_z \cos 2\beta$$

$$= \frac{-100 - 100}{2}\sin\frac{\pi}{2} = -100[MPa]$$

Ⅳ-8 ①

$$\frac{\sigma_F}{S\alpha} = \frac{150}{4 \times 3} = 12.5\,MPa$$

Ⅳ-9 ②

$$P_\sigma = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}, P_\sigma = a^2\sigma_{ys}, I = \frac{a^4}{12}$$

$$\to L^2 = \frac{\pi^2 E}{4a^2\sigma_{ys}}\frac{a^4}{12} = \frac{\pi^2 Ea^4}{48a^2\sigma_{ys}} = \frac{\pi^2 Ea^2}{48\sigma_{ys}}$$

$$\to L \le \pi a\sqrt{\frac{E}{48\sigma_{ys}}}$$

Ⅳ-10 ②

$$D^2 = h^2 + b^2, \to h^2 = D^2 - b^2$$

$$Z = \text{断面係数} = \frac{b\,h^2}{6} = \frac{b\left(D^2 - b^2\right)}{6}$$

$$\frac{d\,Z}{d\,b} = \frac{\left(D^2 - b^2\right) - b \times 2b}{6} = 0, \to D^2 = 3b^2$$

$$D = \sqrt{3}b, h = \sqrt{D^2 - b^2} = \sqrt{2}b$$

$$\therefore h : b = \sqrt{2} : 1$$

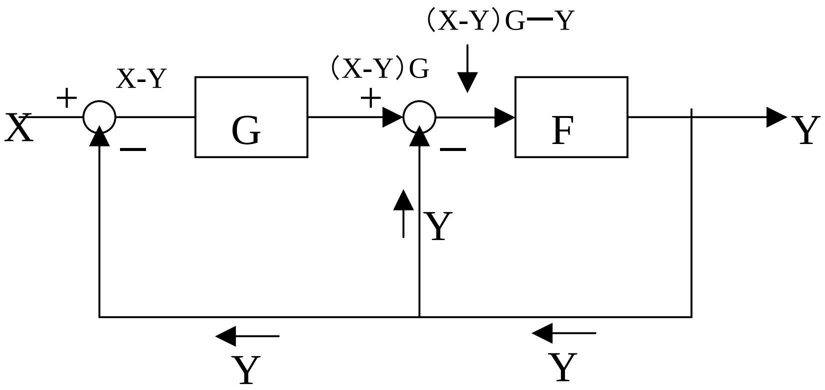
Ⅳ-11 ③

$G(s)$ の $s^2 + 5s + 6 = (s+2)(s+3) = 0$ から、

t 領域の解は、e^{-2t}, e^{-3t} の項からなる。

$t \to \infty$ でこれらの項は0になるので安定

Ⅳ-12 ③



$$\{(X-Y)G-Y\}F=Y$$

$$XFG-YFG-YF=Y$$

$$XFG=Y(FG+F+1)$$

$$\therefore \frac{Y}{X}=\frac{FG}{1+F+FG}$$

−

Ⅳ-13 ②

$$F(s)=\frac{2}{s(s+1)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+1}$$

$$=\frac{A(s+1)+Bs}{s(s+1)}=\frac{(A+B)s+A}{s(s+1)}$$

$$(A+B)s+A=2$$

$$A+B=0,A=2,B=-2$$

$$F(s)=\frac{2}{s}+\frac{-2}{s+1}$$

逆変換

$$f(t)=2-2\varepsilon^{-1t}=2-2\varepsilon^{-t}$$

Ⅳ-14 ①

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2}+c\frac{dy(t)}{dt}+ky(t)=kx(t)$$

$Laplace$変換は$y'(0)=0, y(0)=0$

とした場合、

$$ms^2Y(s)+csY(s)+kY(s)=kX(s)$$

$$Y(s)(ms^2+cs+k)=kX(s)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{k}{ms^2+cs+k}$$

Ⅳ-15 ④

略

Ⅳ-16 ⑤

$$G(s)=\frac{1}{s^2+s+1}$$

$$G(i\omega)=\frac{1}{(i\omega)^2+i\omega+1}$$

ゲインは

$$|G(i\omega)|=\left|\frac{1}{(i\omega)^2+i\omega+1}\right|$$

$$=\left|\frac{1}{-\omega^2+i\omega+1}\right|$$

$$=\left|\frac{1}{1-(\omega)^2+i\omega}\right|$$

$$=\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}}$$

Ⅳ-17④

運動方程式は、

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+c\frac{dx(t)}{dt}=-kx(t)$$

$Laplace$ 変換は, 初期値を

$x'(0)=0$ とした場合、

$$m\{s^2X(s)-0\}+c\{sX(s)-x(0)\}+kX(s)=0$$

$$X(s)(ms^2+cs+k)=cx(0)$$

$$X(s)=\frac{cx(0)}{ms^2+cs+k}=\frac{cx(0)}{(s+\alpha+i\omega)(s+\alpha-i\omega)}$$

減衰振動になっているから、

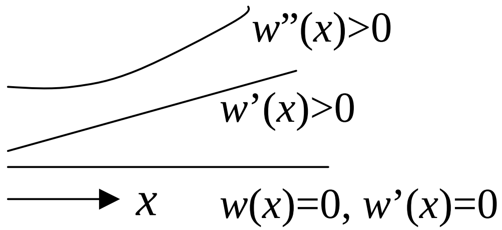
$$\alpha=\frac{c}{m}<0,\ \omega=\frac{\sqrt{4mk-c^2}}{m}=\sqrt{\frac{k}{m}-\frac{c^2}{m^2}}$$

$$\to 0<c<2\sqrt{mk}$$

$c=0$ のとき、$ms^2+k=0 \to \omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ の振動。

$$\omega<\omega_0$$

Ⅳ-18④



固定端では、$\dfrac{\partial w(x)}{\partial x}=0$

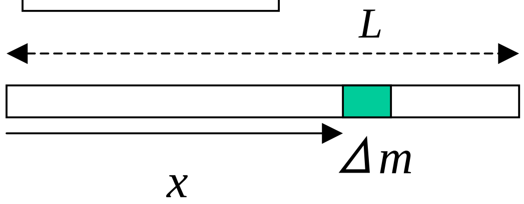
$\rightarrow w(x)=$定数$=0$

自由端では、$\dfrac{\partial^3 w(x)}{\partial x^3}=0$

$\rightarrow \dfrac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2}=$定数$=0$

$\rightarrow \dfrac{\partial w(x)}{\partial x}=x$の一次式

Ⅳ-19 ②

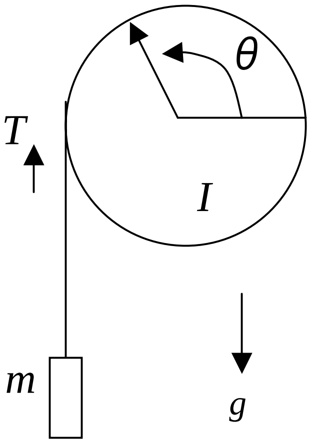


$$I=\int_0^L x^2 dm=\int_0^L x^2\frac{m}{L}dx=\frac{mL^2}{3}$$

Ⅳ-20 ④

略

Ⅳ-21 ③



mについての運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg-T\cdots(1)$$

滑車の運動方程式は、

$$Tr=I\frac{d^2\theta}{dt^2}\cdots(2)$$

$$x=r\theta\cdots(3)$$

加速度は

$$\frac{d^2x}{dt^2}=g-\frac{T}{m}$$

(2)から、両辺にrを掛けて

$$Tr^2=I\frac{d^2r\theta}{dt^2}=I\frac{d^2x}{dt^2}$$

$T=\dfrac{I}{r^2}\dfrac{d^2x}{dt^2}$, (1)に代入して、

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg-\frac{I}{r^2}\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}(m+\frac{I}{r^2})=mg$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{mg}{m+\frac{I}{r^2}}=\frac{gmr^2}{I+mr^2}$$

Ⅳ-22 ③

一般的にバネによる単振動は

$m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -Kx$ から、$x = e^{\lambda t}$とおいて、

$\left(m\lambda^2 + k\right) = 0 \rightarrow \lambda = i\sqrt{\dfrac{K}{m}}$これから

$\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}},\ f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{K}{m}}$

mは共通であるのでKが支配的である。

バネの並列接続はkの和、直列接続は

逆数の和の逆数であるから

①$K = k$,②$K = 2k$,③ $K = 2k + k/2 = 5k/2$

④$K = k + k/2 = 3k/2$,⑤$K = k + 2k/2 = 2k$

③のKが最大なので、このとき振動数は

最大になる。

Ⅳ-23 ④

略

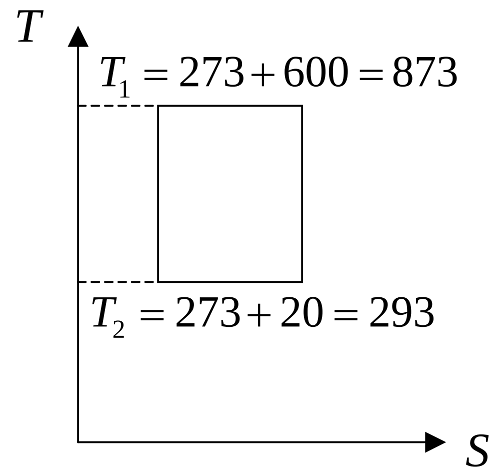
Ⅳ-24 ②

$(2700 - 2000)kJ/kgs \times 3kg - 30kW = 2070kW$

Ⅳ-25 ②

略

Ⅳ-26 ④



$100 \times \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 100 \times \dfrac{580}{873} = 66.4 \cdots MW$

Ⅳ-27 ④

メタンの燃焼反応は、

$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$$

メタン16(=12+4)グラムあたり、

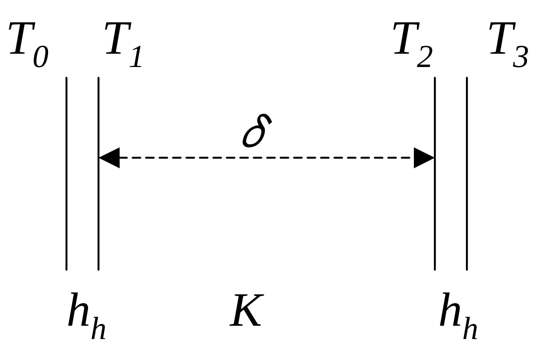
酸素64グラムが必要。

メタン1kgあたりでは,

$$\frac{1}{0.016} \times 0.064 \times \frac{1}{0.232} = 17.24\cdots$$

Ⅳ-28 ③ 略

Ⅳ-29 ⑤



単位面積あたりの熱流をQとすれば

$$Q = h_h(T_0 - T_1) \rightarrow \frac{Q}{h_h} = (T_0 - T_1)$$

$$= h_c(T_2 - T_3) \rightarrow \frac{Q}{h_c} = (T_2 - T_3)$$

$$= \frac{\delta}{k}(T_1 - T_2) \rightarrow \frac{\delta Q}{k} = (T_1 - T_2)$$

この3式を加算すると、

$$T_0 - T_3 = Q\left(\frac{1}{h_h} + \frac{\delta}{k} + \frac{1}{h_c}\right) = \frac{Q}{K}$$

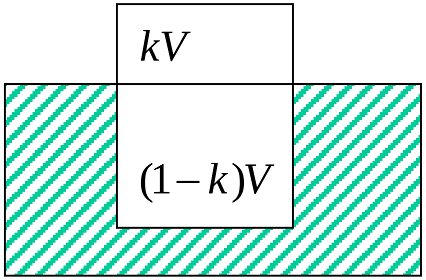
$$\therefore K = \frac{1}{\dfrac{1}{h_h} + \dfrac{\delta}{k} + \dfrac{1}{h_c}}$$

Ⅳ-30 ③

$f = S_h u / d$ から、

$f = 0.2 \times 10 / 0.04 = 50H_z$

Ⅳ-31 ④



浮力と重力がバランスする位置に止まるので、

$$V\rho_m g = (1-k)V\rho_w g$$

$$\therefore \rho_m = (1-k)\rho_w$$

$$\rightarrow k = 1-\rho_m/\rho_w = 1-830/1000 = 0.170$$

$$k = 17\%$$

Ⅳ-32 ⑤

ベルヌーイの定理により、

$$\frac{1}{2}\rho u_{in}^2 + P_{in} = \frac{1}{2}\rho u_{out}^2 + P_{out} \cdots (1)$$

流れの連続性から、

$$u_{in}A_{in} = u_{out}A_{out}$$

$$\rightarrow u_{out} = \frac{A_{in}u_{in}}{A_{out}} = \frac{1.0\times 10}{0.5} = 20m/s \cdots (2)$$

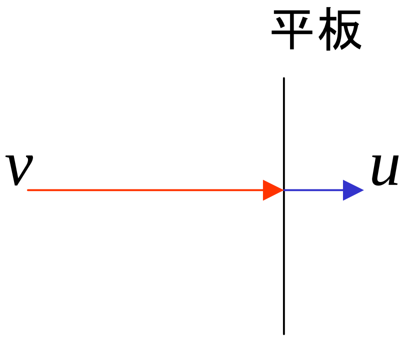
(1)から、

$$P_{in} - P_{out} = \frac{1}{2}\rho u_{out}^2 - \frac{1}{2}\rho u_{out}^2$$

$$= \frac{1}{2}\rho\left(u_{out}^2 - u_{in}^2\right) = \frac{1000}{2}\left(20^2 - 10^2\right)$$

$$= 150{,}000\,Pa$$

Ⅳ-33 ②



力 F は単位時間当たりの運動量の変化量に等しい。

運動量は質量×速度 $= mv$

平板に衝突する水の質量は、単位時間あたり、

$m = \rho A(v-u)$、速度の変化量は

$v-u$,

したがって単位時間当たり運動量の変化量は

$$F = m(v-u)$$
$$= \rho A(v-u)(v-u)$$
$$= \rho \frac{\pi^2 d}{4}(v-u)^2$$

Ⅳ-34 ③

$$Q = \frac{\pi d^4}{128\mu}\frac{\Delta p}{L} = \frac{\pi d^2}{4}U \cdots (1)$$

$$\frac{d^2}{32\mu}\frac{\Delta p}{L} = U \cdots (2)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \lambda \frac{L}{d}\frac{U^2}{2g} \cdots (3)$$

(3)のΔpを(2)に代入すると、

$$\frac{d^2}{32\mu}\frac{\rho g}{L}\lambda\frac{L}{d}\frac{U^2}{2g} = U$$

$$1 = \frac{\rho\lambda U}{64\mu} \cdots (4)$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho U d}{\mu} \cdots (5)$$

(4)÷(5)

$$\frac{1}{\mathrm{Re}} = \frac{\lambda}{64} \rightarrow \lambda = \frac{\mathrm{Re}}{64}$$

Ⅳ-35 ① 略