

# 24年度一次機械問題略解

(計算問題中心)

## 正解番号

|        |                              |  |  |  |
|--------|------------------------------|--|--|--|
| IV-1②  | 垂直に吊り下げた丸棒の自重による破壊           |  |  |  |
| IV-2①  | 円形断面の段つき棒の引張り力による伸び          |  |  |  |
| IV-3④  | 中実丸棒のねじり                     |  |  |  |
| IV-4①  | 接合した棒の熱膨張に伴う応力               |  |  |  |
| IV-5④  | トラス構造にかかる力の計算                |  |  |  |
| IV-6①  | 梁の中央に発生する最大曲げ応力              |  |  |  |
| IV-7①  | 主せん断応力の計算                    |  |  |  |
| IV-8①  | 鋼製の部材に穴を開けたときの許容応力           |  |  |  |
| IV-9②  | 片持ち梁が座屈しない限界                 |  |  |  |
| IV-10② | 丸棒から削りだした長方形断面棒で曲げ加重最大となる縦横比 |  |  |  |
| IV-11③ | 制御系の安定性判別                    |  |  |  |
| IV-12③ | 伝達関数の計算                      |  |  |  |
| IV-13② | 逆ラプラス変換                      |  |  |  |
| IV-14① | 微分方程式から伝達関数を求める              |  |  |  |
| IV-15④ | 制御量の意味                       |  |  |  |
| IV-16⑤ | ゲインの計算                       |  |  |  |
| IV-17④ | バネとダンパーで支えられた物体の振動           |  |  |  |
| IV-18④ | 横振動する梁の境界条件                  |  |  |  |

|        |                              |
|--------|------------------------------|
| IV-19② | 棒の慣性モーメント                    |
| IV-20④ | 調和振動の穴埋め問題                   |
| IV-21③ | 定滑車につるされた物体が落下するときの加速度       |
| IV-22③ | 1自由度ばね振動系の固有振動数              |
| IV-23④ | 比熱等に関するSI単位の正誤               |
| IV-24② | 蒸気タービンの出力計算                  |
| IV-25② | 理想気体が膨張するときの仕事               |
| IV-26④ | 可逆カルノーサイクルを行う熱機関の出力と廃熱計算     |
| IV-27④ | メタンを完全燃焼させるために必要な理論空気量       |
| IV-28③ | 蒸気タービンサイクルに関する穴埋め            |
| IV-29⑤ | 熱交換器の熱通過率                    |
| IV-30③ | 流れに置かれた円柱の背後に生じるカルマン渦        |
| IV-31④ | 水に浮く物体の水面上の体積の比率             |
| IV-32⑤ | ノズルの流入部と流出部の圧力差計算            |
| IV-33② | 平板に衝突するノズルの及ぼす力              |
| IV-34③ | 管摩擦係数とレイノズル数との関係             |
| IV-35① | 空気の一様流中に置かれた半無限円板に発生する境界層の記述 |

#### IV-1 ②

長さを  $L$  とすれば、

$$\text{自重は、} \frac{\pi d^2}{4} L \rho g \leq \sigma_B \frac{\pi d^2}{4}$$

$$L \leq \frac{\frac{\pi d^2}{4} \sigma_B}{\frac{\pi d^2}{4} \rho g} = \frac{\sigma_B}{\rho g}$$

#### IV-2 ①

太い部分の伸びを  $\Delta x$ , 細い方の伸びを  $\Delta y$  とする。

$$\frac{P/A}{E} = \frac{\Delta x}{2l}, \quad \frac{P/4A}{E} = \frac{\Delta y}{l}$$

$$\Delta x + \Delta y = \frac{P/A}{E} \cdot 2l + \frac{P/4A}{E} l$$

$$= \frac{Pl}{AE} (2 + 1/4) = \frac{9Pl}{4AE}$$

#### IV-3 ④

$$\theta = \frac{Tl}{GI_p} = \frac{Tl}{G} \frac{1}{I_p} = \frac{Tl}{G} \frac{32}{\pi d^4} \propto \frac{1}{d^4}$$

$d_1 = d, d_2 = 2d$  のとき、

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{(2d)^4}{d^4} = \frac{2^4}{1} = \frac{16}{1}$$

#### IV-4 ①

壁がないとき、温度上昇による伸びは、

$$l_0\alpha_1\Delta T + l_0\alpha_2\Delta T = l_0\Delta T(\alpha_1 + \alpha_2)$$

この伸びに相当する分を圧力によって縮小させると考える。接合面の圧力を  $P$  とすると、1,2の部分の縮み  $\Delta x_1, \Delta x_2$  はそれぞれ、

$$\frac{P/A_1}{E_1} = \frac{\Delta x_1}{l_0} \text{ から } \Delta x_1 = \frac{Pl_0}{A_1E_1}, \Delta x_2 = \frac{Pl_0}{A_2E_2}$$

$$\therefore \Delta x_1 + \Delta x_2 = l_0\Delta T(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$l_0\Delta T(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{Pl_0}{A_1E_1} + \frac{Pl_0}{A_2E_2}$$

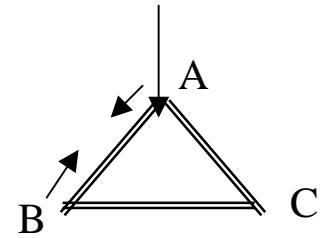
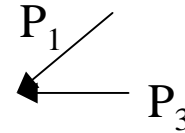
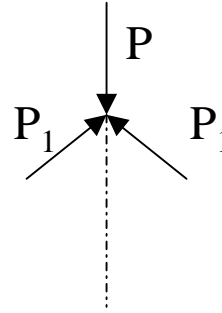
$$P = \frac{l_0\Delta T(\alpha_1 + \alpha_2)}{l_0\left(\frac{1}{A_1E_1} + \frac{1}{A_2E_2}\right)}$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{A_1} = \frac{l_0\Delta T(\alpha_1 + \alpha_2)/A_1}{l_0\left(\frac{1}{A_1E_1} + \frac{1}{A_2E_2}\right)} = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)A_2E_1E_2}{A_1E_1 + A_2E_2} \Delta T$$

$P$ の向きを棒が伸びる方向に取れば

符号が変わる。

#### IV-5 ④



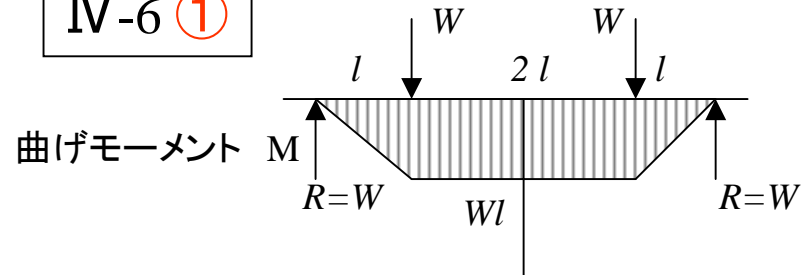
$$P = 2P_1 \cos 45^\circ = \sqrt{2}P_1$$

$$\rightarrow P_1 = P / \sqrt{2}$$

$$P_3 = P_1 \cos 45^\circ = P_1 / \sqrt{2}$$

$$\rightarrow P_3 = P_1 \sqrt{2} = P / 2$$

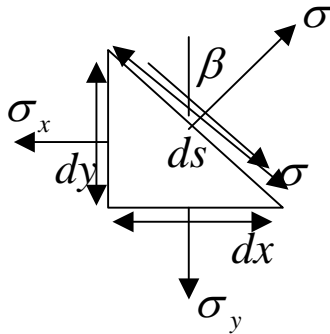
#### IV-6 ①



$$\sigma = \frac{\eta}{I} M, \eta = h/2, I = h^4/12$$

$$\rightarrow \sigma = \frac{h/2}{h^4/12} Wl = \frac{6Wl}{h^3}$$

## IV-7 ①



$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\beta + \tau_z \sin 2\beta$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\beta + \tau_z \cos 2\beta$$

$$\tau_z = 0$$

$$\beta = \pi / 4$$

$$\sigma_x = -100 = -100$$

$$\sigma_y = 100 = 100$$

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\beta + \tau_z \cos 2\beta \\ &= \frac{-100 - 100}{2} \sin \frac{\pi}{2} = -100 [MPa] \end{aligned}$$

## IV-8 ①

$$\frac{\sigma_F}{S\alpha} = \frac{150}{4 \times 3} = 12.5 MPa$$

## IV-9 ②

$$P_{\sigma} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}, P_{\sigma} = a^2 \sigma_{ys}, I = \frac{a^4}{12}$$

$$\rightarrow L^2 = \frac{\pi^2 E}{4a^2 \sigma_{ys}} \frac{a^4}{12} = \frac{\pi^2 E a^4}{48 a^2 \sigma_{ys}} = \frac{\pi^2 E a^2}{48 \sigma_{ys}}$$

$$\rightarrow L \leq \pi a \sqrt{\frac{E}{48 \sigma_{ys}}}$$

## IV-10 ②

$$D^2 = h^2 + b^2, \rightarrow h^2 = D^2 - b^2$$

$$Z = \text{断面係数} = \frac{b h^2}{6} = \frac{b(D^2 - b^2)}{6}$$

$$\frac{dZ}{db} = \frac{(D^2 - b^2) - b \times 2b}{6} = 0, \rightarrow D^2 = 3b^2$$

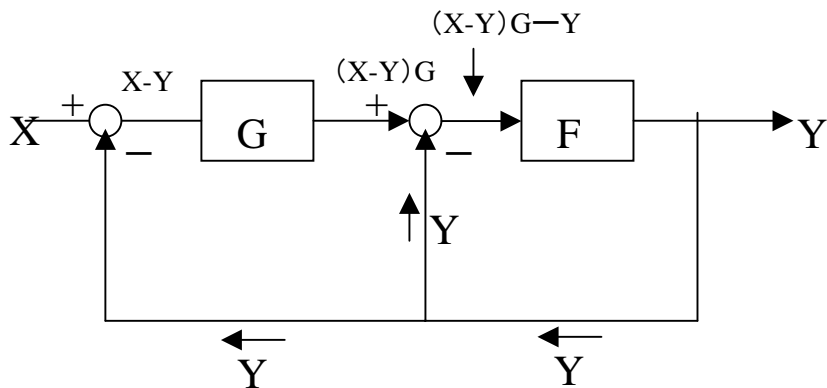
$$D = \sqrt{3}b, h = \sqrt{D^2 - b^2} = \sqrt{2}b$$

$$\therefore h : b = \sqrt{2} : 1$$

## IV-11 ③

$G(s)$  の  $s^2 + 5s + 6 = (s+2)(s+3) = 0$  から、  
 $t$  領域の解は、 $e^{-2t}, e^{-3t}$  の項からなる。  
 $t \rightarrow \infty$  でこれらの項は 0 になるので安定

IV-12 ③



$$\{(X - Y)G - Y\}F = Y$$

$$XFG - YFG - YF = Y$$

$$XFG = Y(FG + F + 1)$$

$$\therefore \frac{Y}{X} = \frac{FG}{1 + F + FG}$$

IV-13 ②

$$F(s) = \frac{2}{s(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1}$$

$$= \frac{A(s+1) + Bs}{s(s+1)} = \frac{(A+B)s + A}{s(s+1)}$$

$$(A+B)s + A = 2$$

$$A+B=0, A=2, B=-2$$

$$F(s) = \frac{2}{s} + \frac{-2}{s+1}$$

逆変換

$$f(t) = 2 - 2\varepsilon^{-1t} = 2 - 2\varepsilon^{-t}$$



**IV-14 ①**

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = kx(t)$$

Laplace 変換は  $y'(0) = 0, y(0) = 0$

とした場合、

$$ms^2 Y(s) + csY(s) + kY(s) = kX(s)$$

$$Y(s)(ms^2 + cs + k) = kX(s)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{ms^2 + cs + k}$$

**IV-15 ④**

略

**IV-16 ⑤**

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$G(i\omega) = \frac{1}{(i\omega)^2 + i\omega + 1}$$

ゲインは

$$|G(i\omega)| = \left| \frac{1}{(i\omega)^2 + i\omega + 1} \right|$$

$$= \left| \frac{1}{-\omega^2 + i\omega + 1} \right|$$

$$= \left| \frac{1}{1 - (\omega)^2 + i\omega} \right|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2)^2 + \omega^2}}$$

運動方程式は、

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} = -kx(t)$$

Laplace 変換は、初期値を

$x'(0) = 0$  とした場合、

$$m\{s^2 X(s) - 0\} + c\{sX(s) - x(0)\} + kX(s) = 0$$

$$X(s)(ms^2 + cs + k) = cx(0)$$

$$X(s) = \frac{cx(0)}{ms^2 + cs + k} = \frac{cx(0)}{(s + \alpha + i\omega)(s + \alpha - i\omega)}$$

減衰振動になっているから、

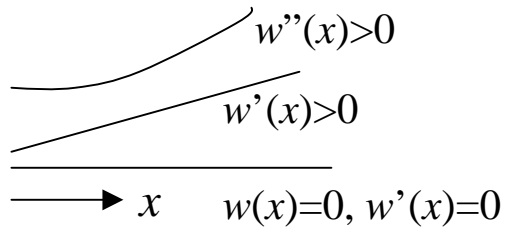
$$\alpha = \frac{c}{m} < 0, \quad \omega = \frac{\sqrt{4mk - c^2}}{m} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{m^2}}$$

$$\rightarrow 0 < c < 2\sqrt{mk}$$

$c = 0$  のとき、 $ms^2 + k = 0 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  の振動。

$$\omega < \omega_0$$

IV-18 ④



固定端では、 $\frac{\partial w(x)}{\partial x} = 0$

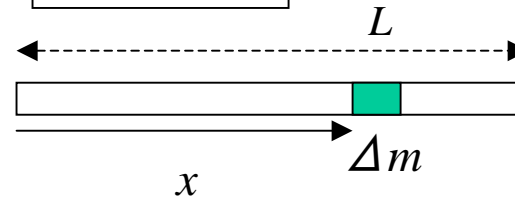
→  $w(x) = \text{定数} = 0$

自由端では、 $\frac{\partial^3 w(x)}{\partial x^3} = 0$

→  $\frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = \text{定数} = 0$

→  $\frac{\partial w(x)}{\partial x} = x \text{の一次式}$

IV-19 ②

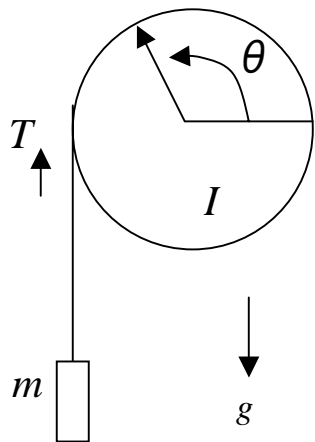


$$I = \int_0^L x^2 dm = \int_0^L x^2 \frac{m}{L} dx = \frac{mL^2}{3}$$

IV-20 ④

略

IV-21 ③



$m$  についての運動

方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - T \dots (1)$$

滑車の運動方程式は、

$$Tr = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \dots (2)$$

$$x = r\theta \dots (3)$$

加速度は

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = g - \frac{T}{m}$$

(2)から、両辺に $r$ を掛けて

$$Tr^2 = I \frac{d^2 r\theta}{dt^2} = I \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$T = \frac{I}{r^2} \frac{d^2 x}{dt^2}, \text{ (1)に代入して、}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - \frac{I}{r^2} \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} \left( m + \frac{I}{r^2} \right) = mg$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}} = \frac{gmr^2}{I + mr^2}$$

IV-22 ③

一般的にバネによる単振動は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -Kx \text{ から、 } x = e^{\lambda t} \text{ とおいて、}$$

$$(m\lambda^2 + k) = 0 \rightarrow \lambda = i\sqrt{\frac{K}{m}} \text{ これから}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}, f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$m$ は共通であるので $K$ が支配的である。

バネの並列接続は $k$ の和、直列接続は逆数の和の逆数であるから

- ① $K = k$ , ② $K = 2k$ , ③ $K = 2k + k/2 = 5k/2$   
 ④ $K = k + k/2 = 3k/2$ , ⑤ $K = k + 2k/2 = 2k$   
 ③の $K$ が最大なので、このとき振動数は最大になる。

IV-23 ④

略

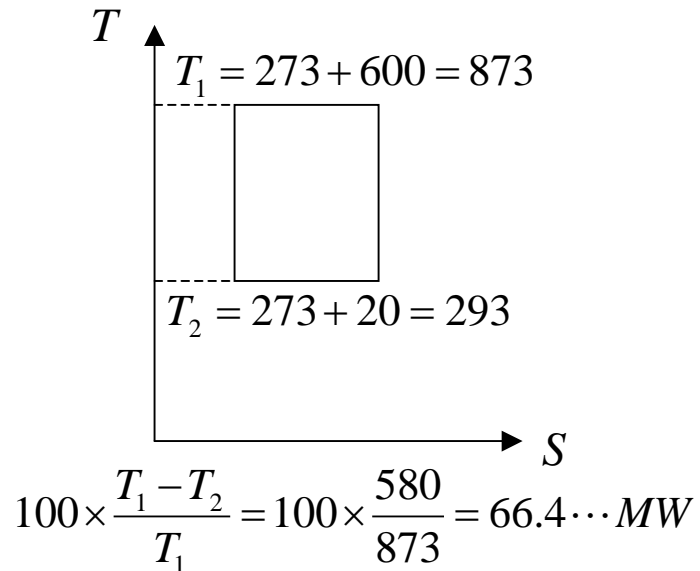
IV-24 ②

$$(2700 - 2000)kJ / kgs \times 3kg - 30kW = 2070kW$$

IV-25 ②

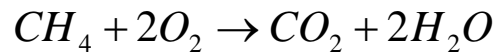
略

IV-26 ④



### IV-27 ④

メタンの燃焼反応は、



メタン16(=12+4)グラムあたり、

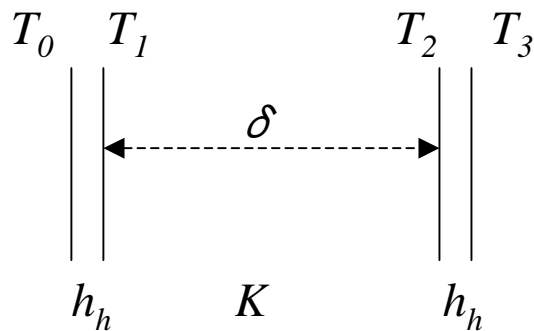
酸素64グラムが必要。

メタン1kgあたりでは、

$$\frac{1}{0.016} \times 0.064 \times \frac{1}{0.232} = 17.24 \dots$$

### IV-28 ③ 略

### IV-29 ⑤



単位面積あたりの熱流を $Q$ とすれば

$$Q = h_h(T_0 - T_1) \rightarrow \frac{Q}{h_h} = (T_0 - T_1)$$

$$= h_c(T_2 - T_3) \rightarrow \frac{Q}{h_c} = (T_2 - T_3)$$

$$= \frac{\delta}{k}(T_1 - T_2) \rightarrow \frac{\delta Q}{k} = (T_1 - T_2)$$

この3式を加算すると、

$$T_0 - T_3 = Q \left( \frac{1}{h_h} + \frac{\delta}{k} + \frac{1}{h_c} \right) = \frac{Q}{K}$$

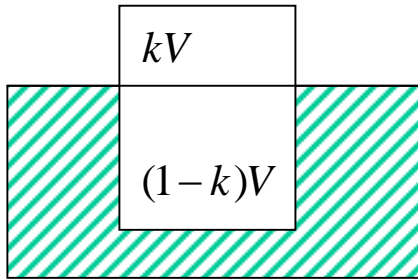
$$\therefore K = \frac{1}{\frac{1}{h_h} + \frac{\delta}{k} + \frac{1}{h_c}}$$

### IV-30 ③

$f = S_h u / d$  から、

$$f = 0.2 \times 10 / 0.04 = 50 \text{ Hz}$$

### IV-31 ④



浮力と重力がバランスする位置に止まるので、

$$V\rho_m g = (1-k)V\rho_w g$$

$$\therefore \rho_m = (1-k)\rho_w$$

$$\rightarrow k = 1 - \rho_m / \rho_w = 1 - 830 / 1000 = 0.170$$

$$k = 17\%$$

### IV-32 ⑤

ベルヌーイの定理により、

$$\frac{1}{2}\rho u_{in}^2 + P_{in} = \frac{1}{2}\rho u_{out}^2 + P_{out} \dots (1)$$

流れの連続性から、

$$u_{in} A_{in} = u_{out} A_{out}$$

$$\rightarrow u_{out} = \frac{A_{in} u_{in}}{A_{out}} = \frac{1.0 \times 10}{0.5} = 20 \text{ m/s} \dots (2)$$

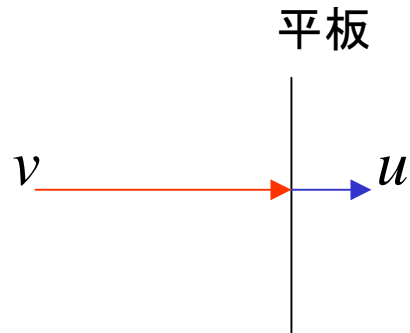
(1)から、

$$P_{in} - P_{out} = \frac{1}{2}\rho u_{out}^2 - \frac{1}{2}\rho u_{in}^2$$

$$= \frac{1}{2}\rho(u_{out}^2 - u_{in}^2) = \frac{1000}{2}(20^2 - 10^2)$$

$$= 150,000 \text{ Pa}$$

## IV-33 ②



力  $F$  は単位時間当たりの運動量の変化量に等しい。

運動量は質量×速度 =  $mv$

平板に衝突する水の質量は、  
単位時間あたり、

$m = \rho A(v-u)$ 、速度の変化量は

$v-u$ ,

したがって単位時間あたり運動量の変化量は

$$\begin{aligned} F &= m(v-u) \\ &= \rho A(v-u)(v-u) \\ &= \rho \frac{\pi^2 d}{4} (v-u)^2 \end{aligned}$$

## IV-34 ③

$$Q = \frac{\pi d^4}{128\mu} \frac{\Delta p}{L} = \frac{\pi d^2}{4} U \dots (1)$$

$$\frac{d^2}{32\mu} \frac{\Delta p}{L} = U \dots (2)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \lambda \frac{L U^2}{d 2g} \dots (3)$$

(3)の $\Delta p$ を(2)に代入すると、

$$\frac{d^2}{32\mu} \frac{\rho g}{L} \lambda \frac{L U^2}{d 2g} = U$$

$$1 = \frac{\rho \lambda U}{64\mu} \dots (4)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho U d}{\mu} \dots (5)$$

(4)÷(5)

$$\frac{1}{\text{Re}} = \frac{\lambda}{64} \rightarrow \lambda = \frac{\text{Re}}{64}$$

IV-35 ① 略