

19年度機械科目(計算問題主体)略解

基礎科目の解析の延長としてわかる範囲でトライしてみたものです。

IV-1 ①

ロープの断面積 A は直径を D として、

$$A = \pi D^2 / 4$$

許容荷重 S は

$$S = \sigma_A A = \sigma_A \pi D^2 / 4$$

$S \geq P$ から、 $\sigma_A \pi D^2 / 4 \geq P$ 、よって

$$D^2 \geq 4P / \pi \sigma_A \rightarrow D \geq 2 \sqrt{\frac{P}{\pi \sigma_A}}$$

IV-2 ③

台形板の質量 m は、

$m = (a+b)L\rho/2$ 、これに働く総重力 f は、

$$f = mg = (a+b)L\rho g / 2$$

単位長当りの固定端の平均応力は

$$f/b = \frac{(a+b)L\rho g}{2b}$$

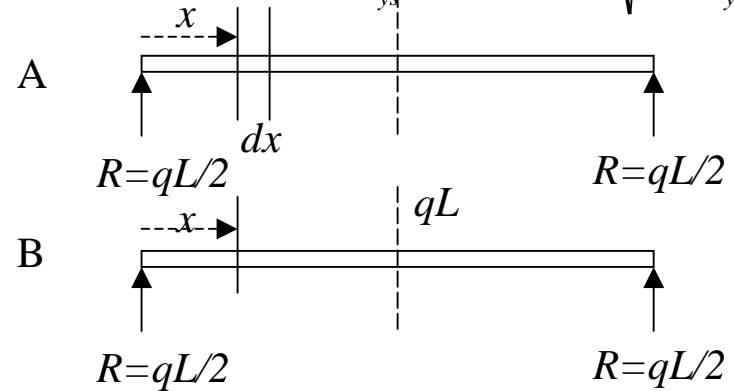
IV-3 ②

$P/a^2 \leq P_{cr}/a^2 = \sigma_{ys}$ 、 $I = aa^3/12 = a^4/12$ から、

$$\frac{\pi^2 E a^4}{4L^2 \times 12a^2} = \sigma_{ys} \rightarrow L^2 = \frac{\pi^2 E a^2}{48\sigma_{ys}} \rightarrow L = \pi a \sqrt{\frac{E}{48\sigma_{ys}}}$$

IV-4

⑤



曲げ応力は曲げモーメント M に比例するが、曲げモーメントはいずれも中央で最大となる。

$$M_A = \int_0^x qx dx - Rx = q \frac{(x)^2}{2} - \frac{qL}{2} \cdot x = \frac{q}{2} (x^2 - Lx)$$

$$= \frac{q}{2} \left\{ \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 - \frac{L^2}{4} \right\} \quad x = \frac{L}{2} \text{ で絶対値が最大 } -\frac{qL^2}{8}$$

$$M_B = -Rx = -\frac{qL}{2} \cdot x = -\frac{qLx}{2} \quad x = \frac{L}{2} \text{ で絶対値が最大}$$

$$M_B = -\frac{qL^2}{4} \rightarrow 1:2$$

IV-5 ①

IV-6 ②

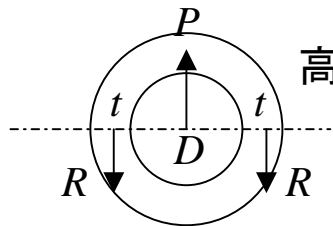
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_x}{2} \text{ (1軸)}, \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \text{ (直交2軸)}, \frac{\sigma_i - \sigma_j}{2} \text{ (同3軸)}$$

- ① $\{50 - (-40)\} / 2 = 45$ ② $100 / 2 = 50$
 ③ $70 / 2 = 35$ ④ $(120 - 120) / 2 = 0$
 ⑤ 40

IV-7 ①

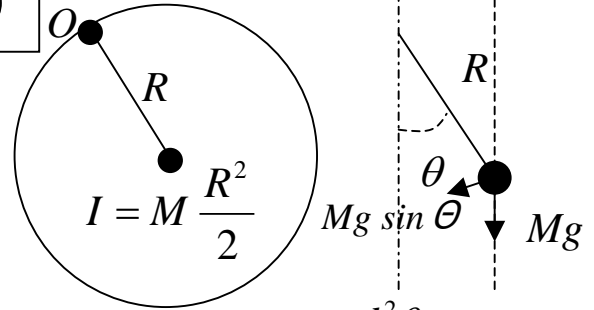
図のように高さ1mの部分の力のバランスを見ると、断面に加わる力は、 $DP \times 1$ 、断面の応力を R とすれば抗力は、 $R2t \times 1$ 、よって、

$$DP = 2Rt \rightarrow t = \frac{DP}{2R} = \frac{0.1 \times 1}{2 \times 5} = 0.01[m] \leftrightarrow 10mm$$



高さ(この図で奥行き)1m

IV-8 ②



剛体振り子の運動方程式は、 $I' \frac{d^2\theta}{dt^2} = \tau$ (トルク)、

$I' = I + MR^2$, I は重心周りの慣性モーメントで円板では、 $I = \frac{MR^2}{2}$ 、 O の周りの慣性モーメント I' は、 $I' = I + MR^2 = \frac{3MR^2}{2}$ 、重力によるトルク

は $-MgR \sin \theta$ よって、

$$\frac{3MR^2}{2} \frac{d^2\theta}{dt^2} = -MgR \sin \theta \approx -MgR\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{MgR}{3MR^2/2} \theta = \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2g}{3R} \theta = 0$$

この解は、 $\theta = \sin \sqrt{\frac{2g}{3R}} t = \sin 2\pi f t$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$

IV-9 ①

F 作用前の mg と kx のバランス静止点を $x=0$ にとって F 作用後の運動方程式を書くと

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F$$

$$\frac{m}{F} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{c}{F} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{F} x = 1, y = \frac{m}{F} x \text{と書けば、}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = 1$$

$$D = \left(\frac{c}{m}\right)^2 - \frac{4k}{m} = \frac{(0.2 \times 2)^2 mk - 4mk}{m^2} = -3.84 \frac{k}{m}$$

$D < 0$ であるから振動型

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi \frac{dy}{dt} + (\xi^2 + \omega^2)y = 1 \text{と書ける。}$$

y は減衰時定数 $1/\xi$ 、角周波数 ω の減衰振動となる。 $\xi = c/(2m), \xi^2 + \omega^2 = k/m$

②は、直線的な減衰振動で該当しない

③は、指数関数的減衰振動であるのでこ

れが正解と予想される。 Copyright (c) 2007 宮田明則技術士事務所

試験場では時間の関係で、次のような解まで導けない可能性があるため以上のような方法で③を選ぶこともできる。

$y, \frac{dy}{dt}$ の初期値を0として運動方程式をラプラス変換を用いて解くと、

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{s \left\{ (s + \xi)^2 + \omega^2 \right\}} \\ &= \frac{1}{(\xi^2 + \omega^2)} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{s + 2\xi}{(s + \xi)^2 + \omega^2} \right\} \\ &= \frac{1}{(\xi^2 + \omega^2)} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{s + \xi}{(s + \xi)^2 + \omega^2} - \frac{\xi}{\omega} \frac{\omega}{(s + \xi)^2 + \omega^2} \right\} \end{aligned}$$

これから、

$$y = \frac{1}{(\xi^2 + \omega^2)} \left[1 - \varepsilon^{-\xi t} \left\{ \cos \omega t + \frac{\xi}{\omega} \sin \omega t \right\} \right]$$

$$y = \frac{1}{(\xi^2 + \omega^2)} \left[1 - \varepsilon^{-\xi t} \left\{ \cos \omega t + \frac{\xi}{\omega} \sin \omega t \right\} \right]$$

$$\frac{\xi}{\omega} = \frac{c/(2m)}{\sqrt{k/m - \{c/(2m)\}^2}} = \frac{0.2\sqrt{k/m}}{\sqrt{k/m - \{0.2\sqrt{k/m}\}^2}}$$

$$= \frac{0.2\sqrt{k/m}}{\sqrt{k/m(1-0.04)}} \approx 0.2,$$

$$\omega = \sqrt{k/m(1-0.04)} \approx \sqrt{k/m}$$

$$y \approx \frac{m}{k} \left\{ 1 - \varepsilon^{-\xi t} (\cos \omega t + 0.2 \sin \omega t) \right\}$$

$$\approx \frac{m}{k} (1 - \varepsilon^{-\xi t} \cos \omega t) = \frac{m}{k} (1 - \varepsilon^{-\xi t} \cos 2\pi\tau)$$

$$\tau = \frac{1}{2\pi} \omega t = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

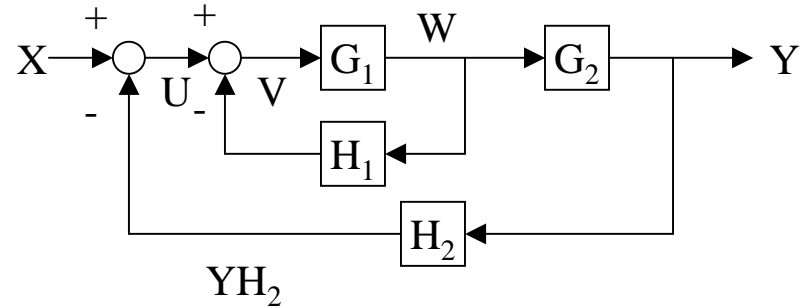
$y \approx \frac{m}{k} (1 - \varepsilon^{-\xi t} \cos 2\pi\tau)$ のグラフは、

$$\frac{dy}{d\tau} \approx \frac{2\pi m}{k} \sin 2\pi\tau = 0, \text{ から、 } \tau \approx \text{整数}/2 \text{ で極}$$

大、極小になり、その値が $\varepsilon^{-\xi t}$ に従って指数関数的に減少する減衰振動を表す。

IV-10 ④

IV-11 ①



図で、 W/U の部分は、

$$V = U - WH_1, W = VG_1 \text{ から、}$$

$$W = UG_1 - WH_1G_1$$

$$\rightarrow \frac{W}{U} = \frac{G_1}{1 + H_1G_1} \text{ となる。同様にして、}$$

$$\frac{Y}{X} = \frac{(W/U) \times G_2}{1 + (W/U) \times G_2H_2} = \frac{\frac{G_1G_2}{1 + H_1G_1}}{1 + \frac{H_2G_1G_2}{1 + H_1G_1}}$$

$$= \frac{G_1G_2}{1 + H_1G_1 + H_2G_1G_2}$$

IV-12 ③

$f(s)=0$ の解の実数部がすべて負のとき安定となる。

① $s^2 + s = s(s+1) = 0$

→ $s = 0, -1$ → 安定でない。

② $s^3 + 100s^2 = s^2(s+100) = 0$

→ $s = 0, -100$ → 安定でない。

③ $s^2 + 2s + 2 = (s+1+2i)(s+1-2i) = 0$

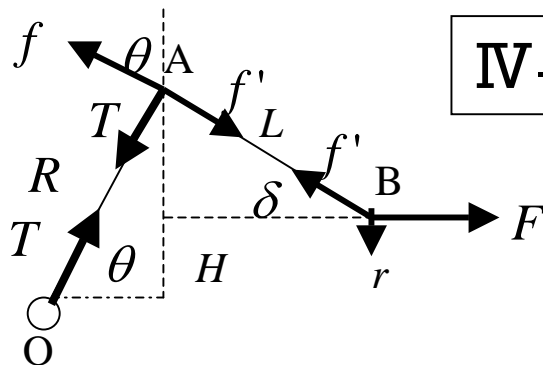
→ $s = -1 \pm 2i$ → 安定。

④ $s^4 - 500 = (s^2 - 10\sqrt{5})(s^2 + 10\sqrt{5}) = 0$

→ $s = \pm\sqrt{10\sqrt{5}}, \pm i\sqrt{10\sqrt{5}}$ → 不安定。

⑤ $s^4 + 3s^3 + 100s^2 = s^2(s^2 + 3s + 100) = 0$

→ $s = 0, -3/2 \pm i10$ → 安定でない。



IV-13 ⑤

トルク τ は、 $\tau = Rf$ であるから、 $\tau = 0$ で $f = 0$ 。
 OA の張力を T とすると、 A 点での力のバランスから、

$$f \sin \theta + T \cos \theta = f' \cos \delta$$

$$f \cos \theta - T \sin \theta = f' \sin \delta$$

B 点で、 $F = f' \cos \delta$ が成り立つからこれを代入し変形して、

$$f \tan \theta + T = F / \cos \theta$$

$$f / \tan \theta - T = F \tan \delta / \sin \theta$$

T を消去して、

$$f \left(\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} \right) = F \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\tan \delta}{\sin \theta} \right)$$

$f = 0$ のとき、右辺が 0

$$\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\tan \delta}{\sin \theta} = 0 \leftrightarrow \tan \theta = -\tan \delta$$

$$\tan \delta = \frac{R \sin \theta - H}{\sqrt{L^2 - (R \sin \theta - H)^2}} = -\tan \theta$$

$$\{L^2 - (R \sin \theta - H)^2\} \tan^2 \theta = (R \sin \theta - H)^2$$

$$\{L^2 - (R \sin \theta - H)^2\} \tan^2 \theta = (R \sin \theta - H)^2$$

$$L^2 \tan^2 \theta = (1 + \tan^2 \theta)(R \sin \theta - H)^2$$

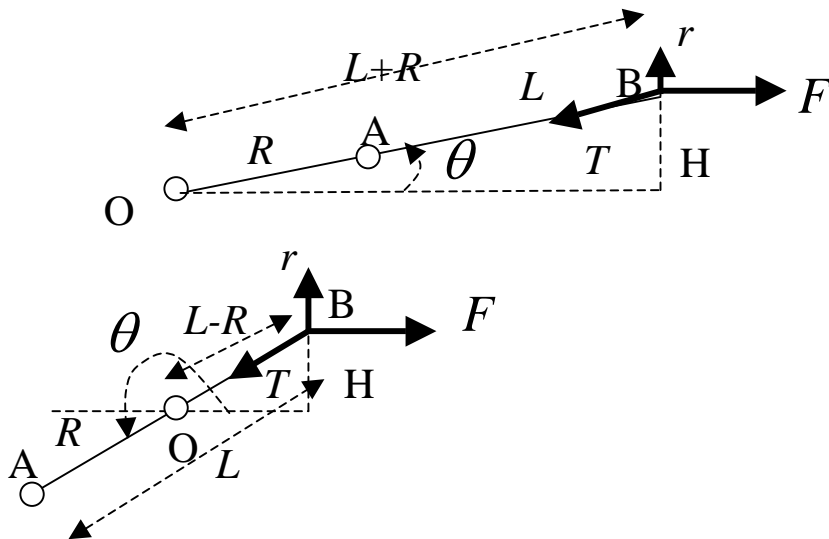
$$= \frac{(R \sin \theta - H)^2}{\cos^2 \theta} \leftrightarrow L \sin \theta = \pm(R \sin \theta - H)$$

$$\leftrightarrow (L \pm R) \sin \theta = \pm H$$

$$\sin \theta = \frac{H}{L+R} \text{ or } \frac{-H}{L-R} \rightarrow$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{H}{L+R} \text{ or } \pi + \sin^{-1} \frac{H}{L-R}$$

下図参照 (張力と抗力 r で F にバランス。)



IV-14 ①

軸受けに働く力とそれによるモーメントのバランスから、 $F_A + F_B = M\varepsilon\omega^2$ (遠心力)

$$F_A a = F_B (l - a) \rightarrow F_B = \frac{a}{l - a} F_A$$

$$F_A + F_B = M\varepsilon\omega^2 = F_A \left(1 + \frac{a}{l - a} \right) = F_A \frac{l}{l - a}$$

$$\therefore F_A = \frac{l - a}{l} M\varepsilon\omega^2$$

IV-15 ⑤

実機と模型との寸法比を $k:1$ とすれば、相似則が成り立つようにするための主流速は $U_1 k = U_2$ から、 $U_2 / U_1 = k$ 、さらに $u_2 / u_1 = k$ であるので、 $u_2 / u_1 = U_2 / U_1$
 $\therefore u_1 = u_2 U_1 / U_2$

IV-16 ①

$$P = 2.0 \times 10^5 + 9.8 \times 1000 \times 5$$

$$= 2.49 \times 10^5 [Pa]$$

IV-17 ④

流れに乱れを生じないというストークス近似が成り立つ場合として、抗力 F は、

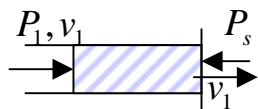
$$F = C_D \frac{\rho U^2}{2} A = C_D \frac{\rho U^2}{2} \frac{\pi}{4} D^2$$

$$= \frac{\pi}{8} C_D \rho U^2 D^2$$

IV-18 ③

(3) 直円管内の出口（タンク入口）付近に検査領域を設定し、運動量保存則を適用する。

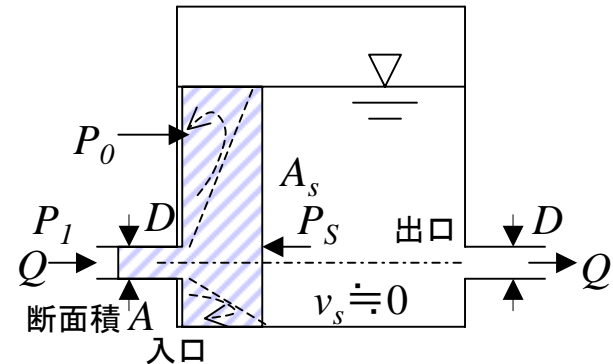
タンク内の圧力は $v_s \approx 0$ からタンク入口付近でも P_s とすると、

$$P_1 A - P_s A = \rho Q v_1 - \rho Q v_1 = 0$$


$$P_1 = P_s \rightarrow P_l = \rho v_1^2 / 2 \text{ が得られる。}$$

IV-19 ②

サージタンク入口は管路の急拡大部なので以下に示すように損失係数はほぼ 1 になるから総損失は、 $(1 + \zeta) \rho v_1^2 / 2$ となる。



(1) 直円管内の出口付近とタンク内で渦がなくなり安定化するまでの部分(斜線部)の流体を検査領域にとりこれに

$$F \Delta t = \Delta(mv) = \Delta\{(\rho Q \Delta t)v\} \rightarrow F = \rho Q v_2 - \rho Q v_1$$

$$\text{すなわち、} P_1 A_1 - P_2 A_2 = \rho Q v_2 - \rho Q v_1$$

の運動量方程式(運動量保存則と等価)を適用する。

円管の断面積を A とすれば、 $P_0 \approx P_1$ として、

$$P_1 A + P_0 (A_s - A) - P_s A_s \approx P_1 A_s - P_s A_s = \rho Q (v_s - v_1)$$

$$\text{両辺を } A_s \text{ で除して、} P_1 - P_s = \rho (v_s^2 - v_s v_1)$$

(2) 圧力損失を P_l として、ベルヌーイの定理から、

$$P_1 + \rho v_1^2 / 2 = P_l + P_s + \rho v_s^2 / 2$$

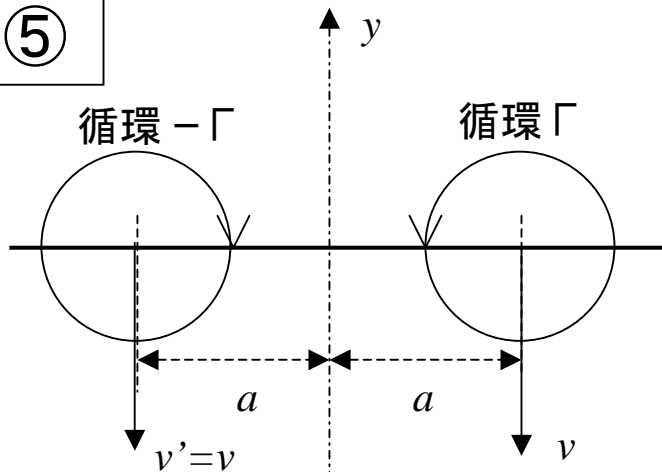
$$\rightarrow P_l = \rho (v_s^2 - v_s v_1) + \rho (v_1^2 - v_s^2) / 2$$

$$= \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left\{ 1 - 2(A/A_s) + (A/A_s)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(1 - \frac{A}{A_s} \right)^2 \rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2, A_s \rightarrow \infty$$

以上、(1)(2)は飯田、小川、武居「基礎から学ぶ流体力学」、オーム社2007/9 他を参考に作成した。

IV-20 ⑤



平板を取り去り、鏡像の位置に逆回転の渦を置くと等価になる。

$-\Gamma$ が右の渦の位置に作る誘導速度 v は、時計回りであるから、下向きとなり渦は y の負方向に移動する。

IV-21 ②

力積と運動量の変化との関係と相似にトルクと作用時間との積は角運動量の変化に等しいことを利用すると、

$$\begin{aligned} N\Delta t &= mr_2v_2 \cos \alpha_2 - mr_1v_1 \cos \alpha_1 \\ &= (\rho Q\Delta t)(r_2v_2 \cos \alpha_2 - r_1v_1 \cos \alpha_1) \\ \therefore N &= \rho Q(r_2v_2 \cos \alpha_2 - r_1v_1 \cos \alpha_1) \end{aligned}$$

IV-22 ④

フーリエの法則により、

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} A,$$

$A = 2\pi xl$ (面積), x は中心から半径方向に計った距離、 l は長さ、 q は熱流で一定。これから、

$$dT = \frac{-q}{2\pi \lambda l} \frac{dx}{x}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{-q}{2\pi \lambda l} (\ln x_2 - \ln x_1)$$

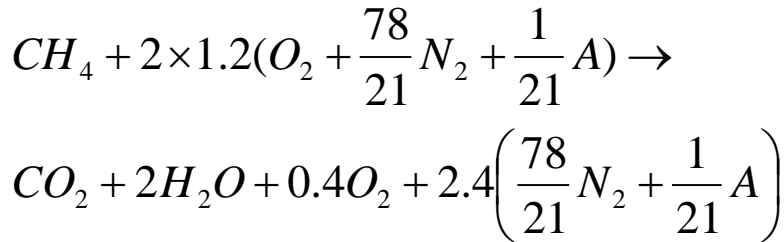
$$350 - 800 = \frac{-q}{2\pi \times 0.09 \times 5} (\ln 120 - \ln 100)$$

$$\begin{aligned} q &= 450 \times 2\pi \times 0.09 \times 5 / (\ln 120 - \ln 100) \\ &= 6990 [\text{W}] \end{aligned}$$

IV-23 ②

反応式は、 $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

空気過剰率が1.2のとき排ガスは、
空気の組成を、酸素21%、窒素78%、
アルゴン1%として、



重量比は、

$$\frac{44}{44 + 2 \times 18 + 0.4 \times 32 + 2.4 \left(\frac{78}{21} \times 28 + \frac{1}{21} \times 18 \right)} = 0.1277$$

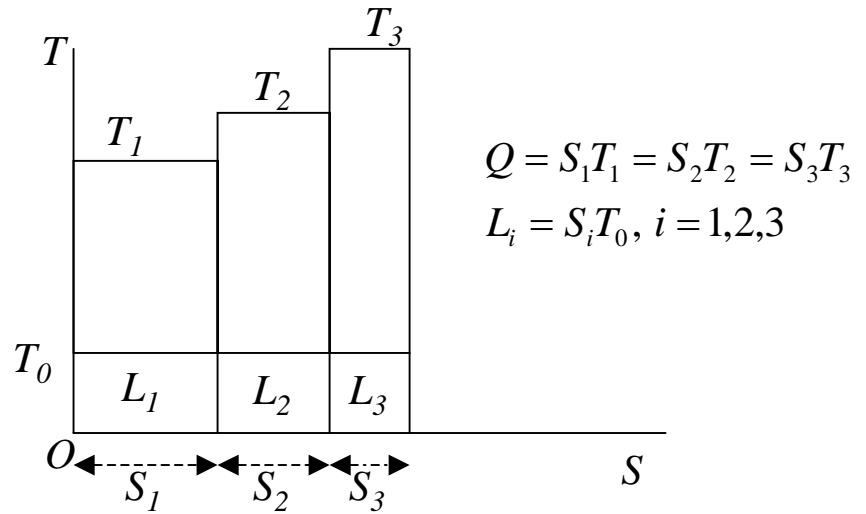
IV-24 ⑤

それぞれのケースのエントロピーを
 S_1, S_2, S_3 とすれば、損失を L_1, L_2, L_3 と
して(右上図参照)

$$S_1 \approx \frac{400}{500 + 273} = 0.517, L_1 = 0.517(27 + 273) = 155.1$$

$$S_2 \approx \frac{400}{700 + 273} = 0.411, L_1 = 0.411(27 + 273) = 123.3$$

$$S_3 \approx \frac{400}{900 + 273} = 0.341, L_1 = 0.341(27 + 273) = 102.3$$



IV-25 ①

IV-26 ⑤

対向流熱交換器の伝熱量は、

$$Q = KF \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln(\Delta t_1 / \Delta t_2)},$$

K : 熱通過係数、 F : 伝熱面積

Δt_1 : 高温流体入口での両流体の温度差、

Δt_2 : 高温流体出口での両流体の温度差

$$Q = 0.1 \times 2.0 \times 10^3 \times (100 - 70) = 6 \times 10^3 [J / s]$$

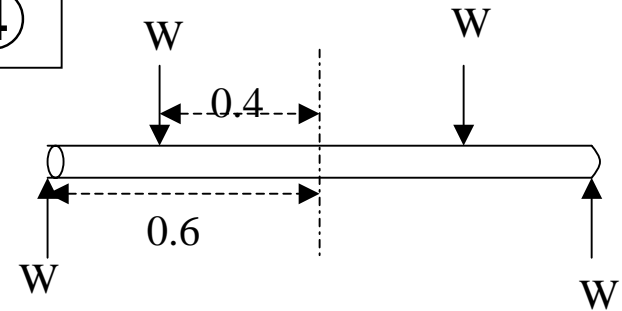
$$\therefore F = \frac{Q \ln(\Delta t_2 / \Delta t_1)}{K \Delta t_2 - \Delta t_1}$$

$$= \frac{6 \times 10^3}{0.3 \times 10^3} \frac{\ln 2}{40 - 20} = 0.69 [m^2]$$

IV-27 ③

IV-28 ①

IV-29 ④



$$W = 32 \times 10^3 \times 9.8 / 4 / 2 [N] = 39.2 \times 10^3 [N]$$

曲げモーメント M は、

$$M = W \times 0.6 - W \times 0.4 = 0.2W = 7.94 \times 10^3 [Nm]$$

曲げ応力を σ とすると、

$$\sigma = \frac{Md / 2}{I}, \quad I = \frac{\pi d^4}{64} \rightarrow$$

$$\sigma = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32 \times 7.94 \times 10^3}{\pi \times 10^{-3}} \approx 80 \times 10^6 [Pa]$$

IV-30 ③

IV-31 ⑤

IV-32 ②

ねじり抵抗トルク T は

$$T = \frac{\pi d^3 \tau_{\max}}{16} \propto d^3 \rightarrow n^3$$

IV-33 ④

ねじり抵抗トルク T は

$$T = \frac{P}{2\pi n} = \frac{\pi d^3 \tau_{\alpha}}{16} \rightarrow$$

$$\begin{aligned} P &= 2\pi n \times \frac{\pi d^3 \tau_{\alpha}}{16} = \frac{\pi^2 n d^3 \tau_{\alpha}}{8} \\ &= \frac{\pi^2 150 \times 10^3 / 60 \times 0.001^3 \times 40 \times 10^6}{8} \\ &= 12.5\pi^2 \approx 123.4[\text{W}] \end{aligned}$$

IV-34 ③**IV-35 ③**

$VT^n = C$ に2例の値を代入すると、

$$150 \times 64^n = 300 \times 8^n \rightarrow 8^n = 2 \rightarrow n = 1/3$$

$$C = 300 \times 2 = 600 \rightarrow$$

$$V = 200 \text{ のとき、 } T^{1/3} = 600 / 200 = 3$$

$$\therefore T = 3^3 = 27[\text{min}]$$